

NOM :
PRENOM :

Date :
Groupe :

Calcul stochastique : feuille de réponses du TP 5 Calcul du prix d'une option barrière

On reprend les notations des TP précédents, avec les constantes suivantes $n = 10$, $T = 1$, $\sigma = 0.4$, $S_0 = 140$ et $r = 0.05$.

Exercice 1. : Créer un nouveau code Scilab en commençant par y recopier la définition de SS (TP1) et celle de CC (TP2). Avant de l'exécuter, modifier les valeurs des constantes.

Combien vaut l'actif sous-jacent après 10 "down" et le Call à la monnaie ($K = S_0$) à l'instant $t=0$?

Exercice 2. : On rappelle qu'une option DIC est une option Call qui ne prend sa valeur à l'instant final T que si le cours de l'actif sous-jacent est passé en dessous d'une barrière. On prendra ici la barrière égale à $L = 100$. Pour calculer la valeur de la DIC, le plus simple est d'utiliser sa définition

$$DIC_0 = \mathbb{E}(\varphi(S_T)\mathbb{I}_{\tau_L < T})$$

en programmant le calcul de cette espérance par récurrence retrograde. On procède de la façon suivante. On ajoute aux deux variables i et j de la fonction de prix $DICC$ une troisième variable notée k qui vaut 0 ou 1 selon qu'en ce point l'indicatrice $\mathbb{I}_{\tau_L < T}$ vaut 0 ou 1. En $t = T$, l'option vaut $\varphi(S_T)$ lorsque $k = 1$ et elle vaut 0 sinon. Donc

$$DICC(n, j, 1) = \varphi(SS(n, j)) \quad , \quad DICC(n, j, 0) = 0.$$

Lorsque $t < T$, l'option est égale à l'espérance actualisée de ses deux valeurs suivantes (comme pour un Call) et la troisième variable k passe de 0 à 1 (ou reste en 0 ou reste en 1) selon qu'on franchit la barrière ou non. On a donc :

$$DICC(i, j, k) = e^{-rT} (pDICC(i+1, j+1, k') + (1-p)DICC(i+1, j, k'))$$

où $k' = \max(k, \text{sous}L(i, j))$ est une quantité qui reste égale à k si la barrière n'est pas franchie à l'étape $i+1$, soit prend la valeur $k+1$ si elle est franchie. La fonction $\text{sous}L(i, j)$ est une fonction qui vaut 1 lorsque l'on est sous la barrière et 0 si l'on est au dessus.

Saisir le code correspondant (voir ci dessous) et indiquer la valeur trouvée pour la DIC. Etudier comment varie de prix lorsque L se rapproche de S_0 et commentez.

Exercice 3. : Modifier le programme précédent (on en fera une copie auparavant) pour calculer le prix d'une option DOC. Comparer les trois quantités Call, DIC et DOC et commenter.

Exercice 4. : Reprendre les questions précédentes pour les options DIP et DOP.

```

////////Indicatrice de la région sous la barrière////////
function indi=sousL(i,j);
    if SS(i+1,j+1)<=L then indi=1;
    else indi=0;
    end;
endfunction;
////////Calcul des valeurs de la DIC
DICC=zeros(n+1,n+1,2);
for j=0 :n
    for k=0 :1
        if k==1 then DICC(n+1,j+1,k+1)=phi(SS(n+1,j+1));
        else DICC(n+1,j+1,k+1)=0;
        end;
    end;
end;
for i=n-1 :-1 :0
    for j=0 :i
        for k=0 :1
            DICC(i+1,j+1,k+1)=(p*DICC(i+1+1, j+1+1, max(k, sousL(i,j+1))+1) + (1-p)*DICC(i+1,
j+1, max(k, sousL(i+1,j))+1))/R;
        end;
    end;
end;
end;

```