

Feuille d'exercices n°3

EXERCICE 1. Soit (Ω, P, \mathcal{T}) avec : $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_8\}$; $P(\omega_i) = \frac{1}{9}$ pour $i = 1, 2, 3, 6, 7, 8$ et $P(\omega_i) = \frac{1}{6}$ pour $i = 4, 5$; $\mathcal{T} = \mathcal{P}(\Omega)$.

On considère la filtration $\mathcal{F} = (\mathcal{F}_t)$ ($t = 0, 1, 2, 3$) :

$\mathcal{F}_0 = \langle \{\Omega\} \rangle$; $\mathcal{F}_1 = \langle \{\Omega^1, \Omega^2\} \rangle$; $\mathcal{F}_2 = \langle \{\Omega^{1,1}, \Omega^{1,2}, \Omega^{2,1}, \Omega^{2,2}\} \rangle$; $\mathcal{F}_3 = \langle \{\{\omega^1\}, \{\omega^2\}, \dots, \{\omega^8\}\} \rangle = \mathcal{P}(\Omega)$.

1.1. Soit X la variable aléatoire : $X = I_A - I_{A^c}$ avec $A = \{\omega_2, \omega_4, \omega_6\}$. On considère le processus (Y_t) avec $Y_t = E(X|\mathcal{F}_t)$. Donner la loi de Y_t et calculer $E(Y_t)$ pour $t = 0, 1, 2, 3$. Que remarque-t-on ?

L'exercice 1 doit être rédigé et remis à l'enseignant chargé des TD au plus tard lors de la semaine 7.