

NOM :
PRENOM :

Date : .
Groupe : .

Analyse : Feuille de réponses du TP 9
Accroissements finis

On répondra aux questions posées dans les espaces prévus et on remettra cette feuille de réponses en fin de TP à l'enseignant chargé du TP.

Exercice 1. : Théorème de Rolle

1. Vérifier que les hypothèse du théorème de Rolle s'appliquent à la fonction $f(x) = x^3 - x$ pour $-1 \leq x \leq 1$ puis trouver le point c qui satisfait la conclusion du théorème. Faire de même pour $g(x) = \cos 2x$, $0 \leq x \leq 2\pi$.

2. Pour la fonction $f(x) = (x - 1)^{-2}$, vérifier que $f(0) = f(2)$ et que pourtant il n'existe pas de c tel que $f'(c) = 0$. Expliquer pourquoi cela ne contredit pas le théorème de Rolle. Même question pour $g(x) = |x - 1|$.

Exercice 2. : Egalité des accroissements finis

Montrer qu'une fonction dont la dérivée est positive est une fonction croissante.

Exercice 3. : Inégalité des accroissements finis

1. Soit f une fonction dérivable sur $[2, 5]$ et telle que $1 \leq f'(x) \leq 4$ pour tout $x \in [2, 5]$.
Montrer que $3 \leq f(5) - f(2) \leq 12$.

2. Existe-t-il une fonction f telle que $f(0) = -1$, $f(2) = 4$ et $f(x) \leq 2$ pour tout x ? Expliquer.

Exercice 4 : Théorème de la valeur moyenne

1. Trouver la valeur moyenne de la fonction $f(x) = 4x - x^2$ sur $[0, 3]$.

2. Trouver une valeur $c \in [0, 3]$ où f atteint sa valeur moyenne.

3. Tracer le graphe de f et superposer un rectangle dont l'aire est précisément égale à l'intégrale de f entre 0 et 3.

4. Même exercice pour la fonction $h(x) = \sin^2 x \cos x$ sur $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4}]$.