

NOM :
PRENOM :

Date : Semaine du 30 Janvier 2012
Groupe : Semestre 2

Mathématiques pour la Biologie (semestre 2) : Feuille-réponses du TD 1
Le modèle de Lotka-Volterra

Exercice 1. : On observe simultanément une population de renards et une population de lapins se partageant un même territoire. On modélise leur dynamiques respectives $R(t)$ et $L(t)$ (effectifs exprimés dans des unités adhoc) par le système différentiel suivant :

$$\begin{cases} \frac{dL(t)}{dt} = 2L(t) - 0,1L(t)R(t) \\ \frac{dR(t)}{dt} = -30R(t) + 0,05L(t)R(t) \end{cases} \quad (1)$$

1. Indiquer le sens des 4 coefficients apparaissant dans ce système.
2. Calculer $\frac{DL}{dt}$ et $\frac{DR}{dt}$ au point $(600 ; 20)$. Que pouvez-vous en déduire pour la solution $(L(t) ; R(t))$ issue de ce point ?
3. On suppose qu'à l'instant initial $t = 0$, les populations de lapins $L(t)$ et de renards $R(t)$ valent respectivement $L(0) = 100$ et $R(0) = 10$. Quelle sera selon ce modèle la dynamique de ces deux populations (on tracera l'allure de la trajectoire correspondante dans le plan LR) ? Même question pour $L(0) = 700$ et $R(0) = 20$.
4. En déduire l'allure des deux graphes $t \mapsto L(t)$ et $t \mapsto R(t)$ comme fonction de t . A court terme, ces deux populations vont-elles croître ? décroître ? Expliquer.

5. Calculer la dynamique des lapins en l'absence de renards dans le cas où $L(0) = 100$. Esquissez le graphe de cette solution. Comparez avec celui de la question précédente.
6. De même calculer la dynamique des renards en l'absence de lapins si l'on suppose $R(0) = 10$. Esquissez le graphe de cette solution. Comparez avec celui de la question 4.

Exercice 2. : Dans le cas du modèle de Lotka-Volterra étudié dans le cours, avez-vous compris ce qui s'est passé dans l'adriatique durant la guerre qui a conduit à la diminution de la population de sardines alors que la pêche avait quasiment cessé.