Université de Nice
NOM :
PRENOM :

Année 2011-2012
Date : semaine du 5 mars 2012
Groupe : .

Mathématiques pour la Biologie (semestre 2) : TD 5

Exercice 1. : On considère la dynamique suivante de deux populations en compétition

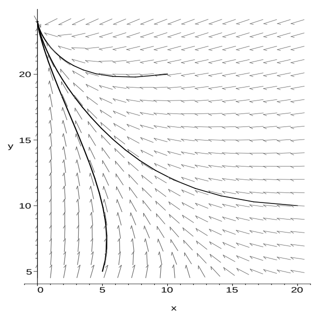
$$\begin{cases} x'(t) &= (10 - y(t) - 0.5x(t))x(t) \\ y'(t) &= (10 - 0.3x(t) - 0.5y(t)y(t) \end{cases} \tag{1}$$

1. Vérifier que le point $(0, 20)$ est bien un équilibre du système.

2. Calculer les deux dérivées partielles des fonctions $f(x, y) = (10 - y - 0.5x)x$ et $g(x, y) = (10 - 0.3x - 0.5y)y$

3. Calculer la matrice jacobienne $A(x, y)$ du système en ce point d'équilibre.

4. Déduire de la question précédente la nature de ce point d'équilibre. puis vérifier que ce résultat est compatible avec l'allure des trajectoires évoquée par la figure ci-dessous.



Exercice 2. **:** On reprend le modèle (TD1) d'une population de renards et d'une population de lapins se partageant un même territoire. On rappelle l'équation de leur dynamique :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} \frac{dL(t)}{dt} & = & 2L(t) - 0,1L(t)R(t) \\ \frac{dR(t)}{dt} & = & -30R(t) + 0,05L(t)R(t) \end{array} \right. \tag{2}$$

Vérifier que l'unique équilibre pour lequel les deux populations coexistent est un centre.

Exercice 3. **:** On reprend le champs de vecteurs modélisant deux espèces en compétition étudié au TD3 :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} x' & = & (1 - x - 2y)x \\ y' & = & (1 - 2x - y)y \end{array} \right. \tag{3}$$

Déterminer la nature des quatres points d'équilibre de ce système.

coexistence improbable: extinction de l'une des deux especes