

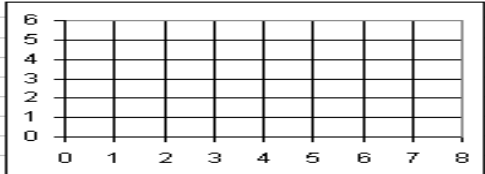
NOM :
 PRENOM :

Semaine du 26 mars 2012

Groupe :

Mathématiques pour la Biologie (semestre 2) : Feuille-réponses du TD 7
Classification hiérarchique ascendante

Exercice 1. : On se propose de réaliser une classification des 7 points suivants en utilisant la méthode d'agglomération au plus proche voisin : $M_1 = (1 ; 4)$, $M_2 = (4 ; 4)$, $M_3 = (5 ; 3)$, $M_4 = (2 ; 2)$, $M_5 = (2 ; 5)$, $M_6 = (7 ; 2)$ et $M_7 = (2 ; 1)$.

		M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7
M1								
M2								
M3								
M4								
M5								
M6								
M7								
M1								
M2								
M3								
M4								
M5								
M6								
M7								

1. Calculer le carré de la distance euclidienne de M_1 à M_2 et de M_1 à M_3 .

2. Compléter le premier tableau à droite représentant la matrice des distances des points tracés à gauche, en utilisant le carré de la distance euclidienne.

3. Sur le second dessin, agglomérer, en les entourant d'une courbe, les deux points les plus proches pour former une classe, Γ_1 , puis compléter la deuxième matrice de distance en calculant notamment les distances (au plus proche voisin) de la nouvelle classe avec les 5 autres points.
4. Poursuivre la classification en complétant les tableaux suivants et en cerclant les classes, Γ_2, \dots créées au fur et à mesure.
5. Tracer un dendrogramme résumant cette classification.

Exercice 2. : (Sujet inspiré d'un article de John Hartshorne, paru dans le journal de la "British Ecological Society")

Un laboratoire d'écologie étudie les espèces micro-animales (larves, ..) présentes dans les rivières et les étangs. Il réalise, dans 6 sites de rivière, notés $R1, R2, R3, R4, R5$ et $R6$, et 3 sites d'étangs, notés $E1, E2$ et $E3$, des prélèvements répétés qui lui permettent d'avancer une liste des espèces présentes dans chacun de ces sites et de repérer les espèces présentes dans plusieurs sites à la fois. La matrice suivante contient, pour chaque paire de sites A et B , le nombre d'espèces communes aux 2 sites. Ainsi on y lit par exemple que 11 espèces sont présentes au site $R1$ et qu'il y a 7 espèces présentes à la fois au site $R1$ et au site $R2$.

	$R1$	$R2$	$R3$	$R4$	$R5$	$R6$	$E1$	$E2$	$E3$
$R1$	11	7	4	6	6	7	4	4	3
$R2$	7	15	8	8	9	6	3	3	2
$R3$	4	8	13	7	7	4	2	3	2
$R4$	6	8	7	15	7	6	6	8	6
$R5$	6	9	7	7	12	4	3	5	4
$R6$	7	6	4	6	4	10	6	5	5
$E1$	4	3	2	6	3	6	13	10	9
$E2$	4	3	3	8	5	5	10	15	11
$E3$	3	2	2	6	4	5	9	11	12

On se propose de regrouper les 9 sites en trois ou quatre classes composées de sites où ce sont pratiquement les mêmes espèces qui sont présentes. Pour réaliser cette classification, on propose de mesurer la distance entre deux sites A et B par la formule

$$d(A, B) = \frac{n_A + n_B - 2n_{AB}}{n_A + n_B}$$

où n_A (resp. n_B) désigne le nombre d'espèces présentes au site A (resp. au site B) et n_{AB} le nombre d'espèces en commun entre les sites A et B .

1. Calculer $d(R_1, R_3)$ puis $d(R_2, E_1)$.

2. Quelle est la distance de deux sites n'ayant pas d'espèces en commun et celle de deux sites ayant les mêmes espèces exactement ?

3. Après calculs, on obtient la matrice des distances suivante. Pouvez-vous compléter la colonne manquante de la matrice des distances suivante sans calcul ? Expliquez.

	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	E_1	E_2	E_3
R_1	0	0,462	0,538	0,478	0,334	0,666	0,692	0,74
R_2	0,462	0	0,466	0,334	0,52	0,786	0,8	0,852
R_3	0,666	0,428	0,5	0,44	0,652	0,846	0,786	0,84
R_4	0,538	0,466	0	0,481	0,52	0,571	0,466	0,556
R_5	0,478	0,334	0,481	0	0,636	0,76	0,63	0,666
R_6	0,334	0,52	0,52	0,636	0	0,478	0,6	0,546
E_1	0,666	0,786	0,572	0,76	0,478	0	0,285	0,28
E_2	0,692	0,8	0,466	0,63	0,6	0,285	0	0,185
E_3	0,74	0,852	0,556	0,666	0,546	0,28	0,185	0

4. La classification conduit au dendrogramme représenté ci-dessous.

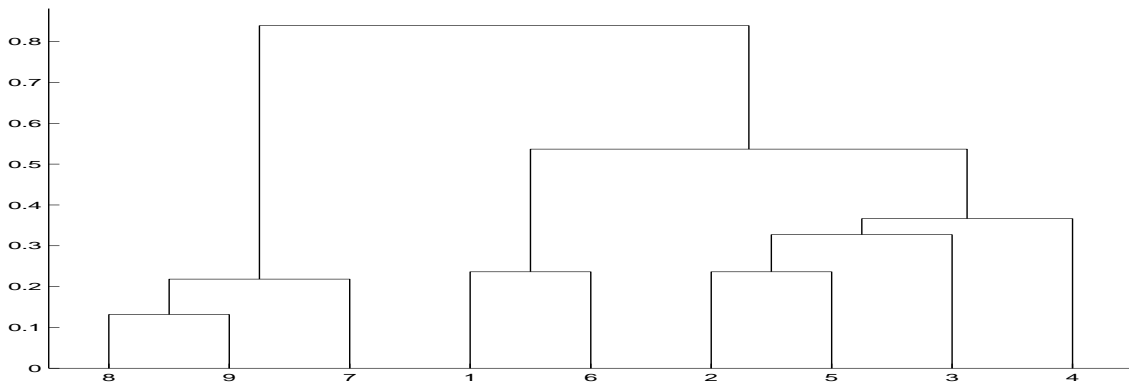


FIG. 1 – Classification des 9 sites

Décrire la composition des classes de la partition obtenue en coupant ce dendrogramme à la hauteur 0,7.

5. Même question si l'on coupe à 0.3.

6. Quelle partition correspond au saut maximal? Est-ce effectivement la partition qui vous semble la plus appropriée?

7. Imaginer une situation concrète où une telle classification d'espèce micro-animale aurait pu être utilisée en pratique et la décrire.