

NOM :  
PRÉNOM :

CORRIGÉ

Date : 21 - 25 Novembre 2011

Groupe :

Mathématiques Appliquées à la Biologie : Feuille-réponses du TD 8  
Initiation à l'optimisation linéaire

Exercice 1. :

L'original (ou élan) mange chaque jour A kg de plantes aquatiques et T kg de plantes terrestres. L'énergie qu'il en retire pour 1 kg de nourriture est de 0,8 MJ (mégajoule) pour les plantes aquatiques et 3,2 MJ pour les plantes terrestres.

1. Écrire l'apport quotidien en énergie E en fonction de A et T.

L'apport quotidien en énergie est  $E = 0,8A + 3,2T$

2. Tracer sur la figure en bas de page la droite des régimes alimentaires (T,A) apportant quotidiennement 20 MJ en expliquant ci-dessous les calculs faits pour ce tracé.

L'équation de cette droite est  $0,8A + 3,2T = 20$ . On calcule deux points, par exemple si  $T=0$  alors  $0,8A = 20$  d'où  $A = 25$ , si  $A=0$   $3,2T = 20$   $T = 6,25$  d'où les deux points  $(0;25)$  et  $(6,25;0)$ .

3. Tracer de même sur la figure les droites des régimes alimentaires (T,A) apportant quotidiennement 40 MJ, 60 MJ, 80 MJ et 100 MJ. Que remarquez-vous ?

Elles sont parallèles. En effet leurs équations sont  $A = 1/0,8 (-3,2T + E) = -4T + E/0,8$   
où  $E = 20, 40, 60, 80, 100$

4. Pour maintenir son taux de sodium, principalement présent dans les plantes aquatiques, l'original doit absorber au moins 17kg de plantes aquatiques par jour. Représenter cette contrainte sur la figure.

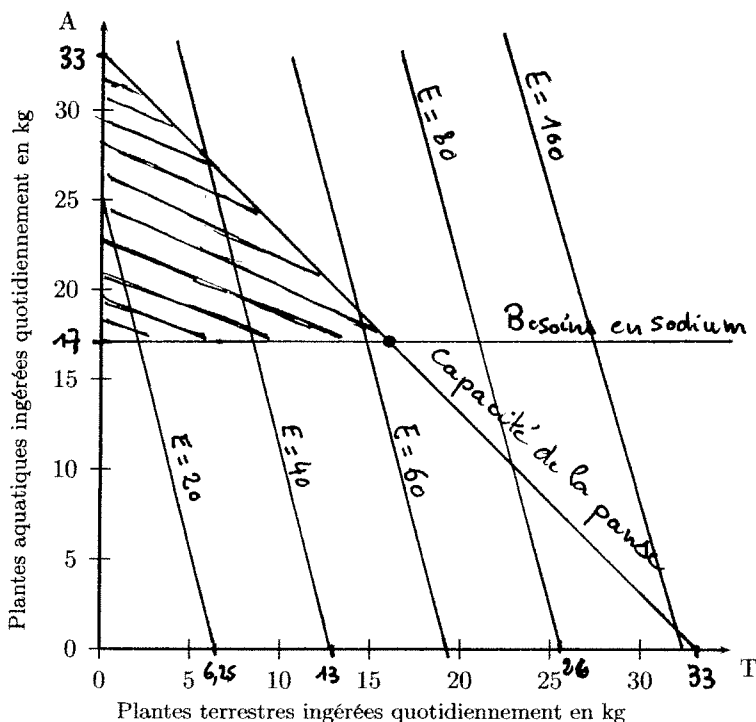
5. Le volume de sa panse ne lui permet pas d'absorber plus de 33kg de nourriture par jour. Représenter cette contrainte sur la figure en expliquant ci-dessous votre méthode.

On doit avoir  $A+T \leq 33$ . On trace  $A+T = 33$  en se servant des deux points  $(33,0)$  et  $(0,33)$ . La région  $A+T \leq 33$  est en dessous.

6. Hachurer la zone des régimes alimentaires acceptables. Déterminer graphiquement celui qui donne le meilleur apport en énergie.

Le meilleur régime est le sommet le plus à droite du triangle acceptable  
donc  $A = 17$  et  $T = 16$

7. Déterminer par le calcul ce régime optimal (T,A) et l'énergie E correspondante (utiliser la partie à droite du dessin pour écrire vos calculs).



On a  $A = 17$

On cherche l'intersection  
avec  $A+T = 33$

$17+T = 33$  donc  $T = 16$

et donc

$E = 0,8 \times 17 + 3,2 \times 16$

$E = 64,8$

**Exercice 2. : suite du 1.**

L'original est particulièrement adapté à se nourrir de plantes aquatiques grâce à des narines qui se ferment. Il peut brouter la tête complètement immergée pendant une minute. Les plantes aquatiques constituent au moins les  $\frac{2}{3}$  de sa nourriture.

1. Exprimer la nouvelle contrainte sous forme d'une inégalité.

On a  $A \geq \frac{2}{3}(A+T)$  soit  $A - \frac{2}{3}A \geq \frac{2}{3}T$  ou  $\frac{1}{3}A \geq \frac{2}{3}T$  donc  $A \geq 2T$

On trace donc la droite  $A=2T$ . La région  $A \geq 2T$  est au dessus.

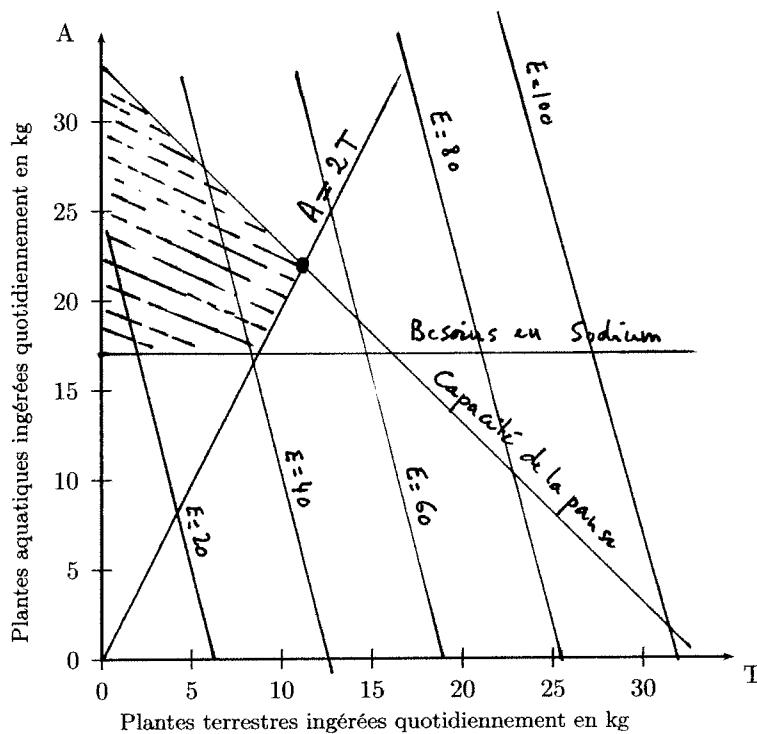
2. Refaire le dessin de l'exercice précédent en ajoutant cette nouvelle contrainte.
3. Hachurer la zone des régimes alimentaires acceptables. Déterminer graphiquement celui qui donne le meilleur apport en énergie.

Le meilleur régime est le sommet du quadrilatère hachuré le plus à droite.  
On a  $A \approx 22$  et  $T \approx 11$ .

4. Déterminer par le calcul ce régime optimal (T,A) et l'énergie E correspondante.

Ce point est l'intersection des droites  $A=2T$  et  $A+T=33$ .

On résout le système  $\begin{cases} A=2T \\ A+T=33 \end{cases}$  donc  $3T=33$  d'où  $T=11$   
et donc  $A=22$



et donc

$$E = 0,8 \times 22 + 3,2 \times 11$$

$$E = 52,8$$