

# SINGULARITÉS ET BIG BANG

## LES EXTRATERRESTRES EXISTENT-ILS?

Dans le monde autour de nous, la plupart des objets ont des surfaces qui sont *lisses*, c.à.d. dont tout morceau assez petit ressemble bien à un morceau d'un plan.

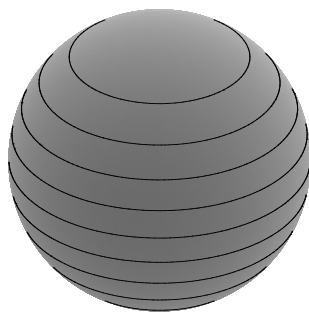


FIGURE 1. La sphère  $X^2 + Y^2 + Z^2 = 1$ .

Mais il y a aussi des *points singuliers*, qui sont exceptionnels car la surface n'est pas lisse au voisinage d'un tel point. Assez souvent, toute l'information sur la surface est contenue dans cette singularité: on peut retrouver tout le cône à partir d'un voisinage du sommet, aussi petit qu'il soit.

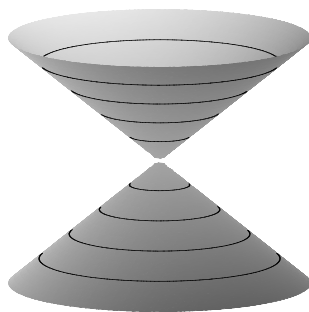


FIGURE 2. La singularité du sommet d'un cône  $X^2 + Y^2 - Z^2 = 0$ .

Le *Big Bang* est une théorie cosmologique disant en gros que tout l'Univers a commencé par une sorte d'explosion à partir d'un seul point, où était concentrée une quantité infinie d'énergie, de matière et d'information...

La *théorie des singularités*, une des directions de recherche très active au Laboratoire J.-A. Dieudonné de l'UNSA, explique quelles sont les formes qui peuvent naître d'une singularité donnée. Par exemple, la singularité du sommet du cône peut seulement créer l'hyperboloïde à une nappe (voir Fig. 3) et l'hyperboloïde à deux nappes (voir Fig. 4).

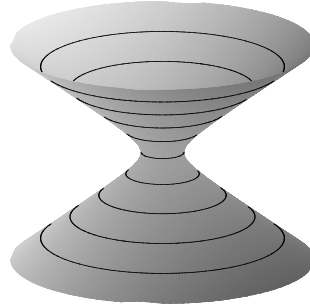


FIGURE 3. La déformation du cône donnée par  $X^2 + Y^2 - Z^2 = 1$

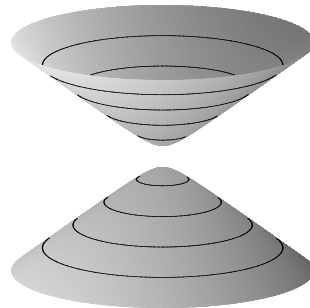


FIGURE 4. La déformation du cône donnée par  $X^2 + Y^2 - Z^2 = -1$

Cette dernière surface, qui a deux composantes connexes, nous fait penser à deux mondes qui coexistent au même endroit (nous et les extraterrestres), sans pouvoir communiquer entre eux. Bien sûr, pour comprendre toute la richesse de l'Univers, nous devons étudier des singularités beaucoup plus compliquées que la singularité du sommet du cône. Cette singularité, notée par  $A_1$ , est d'ailleurs la plus simple dans une liste infinie de singularités

$$A_n : X^{n+1} \pm Y^2 \pm Z^2 = 0.$$

Ce sujet sera développé ce week-end, lors de la Fête de la Science.

A. Dimca, Equipe de Géométrie et Calculs,  
Laboratoire J.-A. Dieudonné de l'UNSA,