Dossier

Mdp: Fonctions polynômes du troisième degré à coefficients réels, définies sur $\mathbb{R}$.

1 Bac Pro, secteur industriel

On considère la courbe $\mathcal{C}$ qui représente dans le plan rapporté à un repère orthogonal (Ox, Oy) une fonction f définie sur l'intervalle I tel que $I = [-2,5; 2,5]$.

On dispose du tableau de valeurs suivant:

x	-2.5	-2	-1	0	1	2	2.5
$f(x)$	-6,125	0	4	2	0	4	10,125

1. Tracer le graphe de f à main levée, après avoir consciencieusement placé les points du tableau dans un repère orthogonal.

2. Compléter le tableau de variation de f en vous aidant de votre dessin:

x	-2.5 -1 1 2.5
$f'(x)$	
$f(x)$	

3. Une équation de la courbe $\mathcal{C}$ est $y = ax^3 + bx + c$ pour $-2,5 \leq x \leq 2,5$.

   Utiliser les coordonnées entières des points A, B, C de la courbe d'abscisse respectives $-2, -1, 0$, pour calculer les valeurs des coefficients a, b, c.

4. La fonction f, définie sur I, est telle que : $f(x) = x^3 - 3x + 2$.

   (a) Déterminer la fonction f'.

   (b) résoudre sur l'intervalle I, l'équation d'inconnue x: $f'(x) = 0$.

   (c) soit s la solution de cette équation appartenant à l'intervalle J tel que $J := [2,5; 0]$.

   Le nombre s représente:

   i. Le maximum de la fonction f sur J.

   ii. L'abscisse du point dont l'ordonnée est le maximum de la fonction f sur J.

   iii. L'ordonnée du point B.

   iv. L'abscisse du point de la courbe où la tangente est parallèle à l'axe des abscisses.

   Parmi les propositions ci-dessus, recopier sur votre copie la ou les bonnes(s) réponse(s).

   (d) Calculer $f'(0)$.

   Tracer la tangente à la courbe en son point d'abscisse 0.

2 BacPro Maintenance des résaux bureautique et télématique

Soit $P(x)$ le polynôme de la variable x définie par:

$$P(x) := 2x^3 - 5x^2 + x + 2$$

1. Calculer $P(1)$.
2. Déterminer les réels, a, b, c tels que pour tout réel x on ait: $P(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c)$.
3. Vérifier que $P(x)$ peut s'écrire: $P(x) = (x-1)(2x+1)(x-2)$.
4. Résoudre l'équation d'inconnue réelle x: $P(x) = 0$.

3 Filière Définitions des produits industriels

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 - x^3$;

1. Déterminer la dérivée f' de la fonction f et montrer qu'elle peut s'écrire: $f'(x) = 3x(2-x)$.
2. Etudier le sugne sur $\mathbb{R}$ de $f(x)$. Etablir le tableau de varaiation de f.
3. Soit un repère orthogonal d'unités graphiques: en abscisse 5cm, en ordonnée 2 cm.
   On note C la courbe représentative de la fonction f sur l'intervalle $[-1; 3]$.
   (a) Compléter le tableau de valeurs suivant:

x	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$f(x)$									

   (b) Calculer les nombre dérivés $f'(0); f'(1); f'(2)$.
   (c) Sur une feuille de papier millimitré, construire les tangentes C en ses points d'abscisses $0, 1, 2$ et tracer la courbe C.

4 BacPro Définitions des produits industriels

Les trois questions sont indépendantes.

Une cuve sphérique de centre O, de rayon $R = 1\ m$, continet un liquide dont la surface libre est située à la côte x (en mètres). La surface libre du liquide est le disque de centre C et de rayon CA.

1. Représenter sur un dessin la cuve, les points O, C, A et le disque de la surface libre.
   (a) En considérant le triangle OCA, rectangle en C, vérifier que $OC = 1 - x$.
   (b) Déterminer l'expression de CA^2 en fonction de x.
   (c) En déduire que l'expression de l'aire de la surface libre , en fonction de x est: $S(x) = 2\pi x - \pi x^2$ (aire en mètres carrés).
2. Calculer l'intégrale $V = \displaystyle\int_0^2 (2\pi x - \pi x^2)dx$ qui représente le volume en m^3 de la cuve.

3. On désigne par $V(x)$ le volume, en m^3, de liquide contenu dans la cuve lorsque le niveau de ce liquide est à la cote x.

   Pour x compris entre 0 et 2, le Volume $V(x)$ est donné par $V(x) = \frac{\pi}{3} f(x)$.

   En notant que $f(x) = \frac{3V(x)}{\pi}$, déterminer graphiquement, à l'aide de la courbe C, les valeurs de x pour lesquelles on a:

   (a) $V(x) = 1 \quad m^3$.

   (b) $V(x) = 2 \quad m^3$.

   (c) $V(x) = 3 \quad m^3$.

5 Travail demandé au candidat ou à la candidate

1. Situer le dossier en fonction des programmes de CAP, BEP et Bac Pro.

   Insiter particulièrement sur les points qui devront être abordés en classe.

2. Choisisser des exercices adaptés au dossier en fonction de votre présentation du dossier fait en réponse à la question précédente.

3. Proposer éventuellement des modifications , des suggestions simples utiles pour améliorer les textes des énoncés des exercices en fonction des objectifs pédagogiques à atteindre.

4. Proposer éventuellement d'autre thèmes d'exercices pour compléter le dossier. (On pourra s'inspirer d'ouvrages de lycée professionnels en prenant bien garde que les exercices choisis correspondent bien au dossier).

5. N'hésiter pas à utiliser la calculatrice pour toute activité graphique.