

Curriculum vitae de Yann Brenier

Né le 1er Janvier 1957, Saint-Chamond, Loire, France.

Adresse professionnelle :

FR 2800 “Wolfgang Doeblin”,

Mathématiques, Parc Valrose, 06108 Nice.

Adresse électronique:

brenier@math.unice.fr,

http://www – math1.unice.fr/ brenier

Formation

Baccalauréat 1973,

1er et 2ème cycles de mathématiques à Paris 6 (1973-1977),

Ecole des ponts et DEA d’analyse numérique (1977-1979),

Doctorat de 3ème cycle, Paris-Dauphine, 1982,

Doctorat ès Sciences en 1986, Université Paris-Dauphine,

(directeur : Guy Chavent, jury : P.-A. Raviart, C. Bardos, B. Engquist, J.-M. Lasry, M. Schatzman, L. Tartar.)

Emplois

Depuis 2000– Directeur de recherches CNRS à Nice, en détachement de l’Université Paris 6 jusqu’au 1er janvier 2005 et titulaire depuis.

1990-2005– Professeur de l’Université Paris 6 (en poste à l’Ecole Normale Supérieure de la rue d’Ulm de 1990 à 1997).

1989-1993– Maître de conférences d’exercice partiel, Ecole Polytechnique.

1986-1990– Directeur de recherches, INRIA, Rocquencourt.

1985-1986– J.R. Hedrick Assistant Professor, University of California (UCLA).

1979-1985– Chercheur, INRIA, Rocquencourt (service national en 1983-1984, à l’IIMAS-UNAM, Université nationale autonome du Mexique).

1979– Stage de fin d’études (Ecole des Ponts), Laboratoire National d’Hydraulique, Chatou (direction J.-P. Benqué et Y. Coëffé).

Distinctions

Membre de l'Institute for Advanced Study (1991-1992).

Membre junior de l'Institut Universitaire de France (1996-2000).

Prix des annales de l'IHP (avec L. Corrias) 1999.

Invitation au congrès international des mathématiciens ICM (conférence de 45 mn), août 2002, Pékin.

Charles Amick lectures, Université de Chicago, mai 2003.

Invitation au 5ème congrès international de mathématiques appliquées et industrielles ICIAM (conférences principales), juillet 2003, Sydney.

Prix Petit d'Ormy, Carrière, Thébault, de l'Académie des Sciences, 2005.

Aziz lectures, Université de Maryland, mai 2006.

Encadrement doctoral

Voici la liste des étudiants dont j'ai encadré l'intégralité de la thèse.

Jean-David BENAMOU, thèse soutenue en Novembre 1992 (habilitation 1999), chercheur à l'INRIA Rocquencourt (1992), directeur de recherches depuis 2000.

Lucilla CORRIAS, Juin 1995, actuellement maitre de conférences à l'Université d'Evry, depuis 1996.

Michel ROESCH, Octobre 1995, membre du Corps des Mines depuis 1994, Ministère de l'industrie.

Emmanuel GRENIER, Octobre 1995 (habilitation 1998), actuellement professeur à l'Ecole Normale Supérieure de Lyon, depuis 1998.

Alexis VASSEUR, Janvier 1999, chargé de recherches CNRS depuis 1999, Associate Professor Université d'Austin, Texas, depuis 2007.

Marjolaine PUEL, Mai 2001, mdc à Toulouse depuis 2004.

Grégoire LOEPER, Décembre 2003, mdc à Lyon, depuis 2005 et Banque BNP-Paribas depuis 2006.

Invitations internationales (depuis 2002)

Je suis régulièrement invité dans des universités étrangères pour des périodes allant d'une semaine à un mois. Citons (depuis 2002) :

Los Angeles (UCLA, Pr. S. Osher),

Atlanta (Georgia Tech, Pr. W. Gangbo)

Austin (TICAM, Pr. Caffarelli, à deux reprises),

Chicago (U. of Chicago, invitation du département, où j'ai délivré une série de trois "Charles Amick lectures" en mai 2003).

New-York (Courant Institute, NYU, Pr. Nader Masmoudi et Jalal Shatah).

U. of Maryland (invitation du département, où j'ai délivré une série de deux "Aziz lectures" en mai 2006).

Séjours dans des instituts (depuis 2002)

J'ai été invité dans les instituts suivants pour des périodes de dix jours à un mois:

NEWTON INSTITUTE, Cambridge, printemps 2003 (Hyperbolic PDEs).

CENTRO ENNIO DE GIORGI, Pise, avril 2004 (Program on Phase Space Analysis of Partial Differential Equations), novembre 2006 (Program on Calculus of Variations and Partial Differential Equations).

CENTRE BERNOULLI, Lausanne, Juillet-Août 2004 (Program on Geometric Mechanics and Its Applications), Septembre 2006 (Program on Asymptotic Behavior in Fluid Mechanics).

MSRI, Berkeley, novembre 2005 (Program on Nonlinear Elliptic Equations and Its Applications).

WPI (Wolfgang Pauli Institut), Août-Septembre 2007, (Program on Optimal transportation structures, gradient flows and entropy methods for applied PDE's)

Ecoles d'été (depuis 2002)

J'ai été enfin invité à donner des cours dans le cadre d'écoles d'été

-ICMS Instructional Conference on Fluid Mechanics and Partial Differential Equations, Edimbourg, juillet 2003.

-Dynamique des équations aux dérivées partielles non linéaires, Ecole d'été 2005, Institut Fourier, Grenoble, 20 juin- 8 juillet 2005.

-Séminaire Borel : Transport optimal et applications Organisateur: M. Benaïm, O. Besson, Leysin, Suisse, 04-08 septembre 2006.

-Summer school on Optimal transportation structures, gradient flows and entropy methods for applied PDE's, WPI (Wolfgang Pauli Institut), Août-Septembre 2007.

Invitations au MFO Oberwolfach (depuis 2002)

“Thermodynamische Materialtheorien” (15-21 décembre 2002, Hutter-I. Müller-Truskinovsky),

“Partielle Differentialgleichungen” (03-09 août 2003, Kuwert-Otto-Simon).

“Hyperbolic Conservation laws” (04-10 avril 2004, Dafermos-Kröner-LeVeque),

“Calculus of Variations” (13-19 juin 2004, dal Maso-Friesecke-Rivière).

“Calculus of Variations” (9-15 juillet 2006, Alberti-McCann-Rivière).

“Mathematical Theory and Modelling in Atmosphere-Ocean Science” (20-26 août 2006, Buehler-Majda-Klein).

“Classical and Quantum Mechanical Models of Many-Particle Systems” (3-9 décembre 2006, Arnold-Cercignani-Desvillettes)

“Partielle Differentialgleichungen” (22-28 juillet 2007, Ilmanen-Schätzle-Trudinger)

“Material Theories” (16-22 décembre 2007, DeSimone-Luckhaus-Truskinovsky).

Liste des conférences avec invitation (depuis 2002)

Congrès international des mathématiciens ICM (conférence de 45 mn), août 2002, Pékin.

International Congress on Industrial and Applied Mathematics (conférences principales) (ICIAM 2003), Sydney, 7-11 juillet 2003.

International Conference on Scientific Computing and Partial Differential Equations (on the Occasion of Stanley Osher's 60th birthday), Hong Kong, 12-15 décembre 2002,

Optimal Transportation and Nonlinear Dynamics Workshop, PIMS, Vancouver, 1-11 Août 2003,

Workshop on Calculus of Variations: Geometric Problems, Superconductivity, and Material Microstructures Fields Institute, Toronto, 25-29 Août 2003,

Optimal Transport Theory and Applications, Scuola Normale Superiore, Pise, 9-12 Octobre 2003,

Workshop on Kinetic Theory, Fields Institute, Toronto, 29 Mars-2 Avril 2004,

International Workshop on Nonlinear Waves (on the Occasion of George Papanicolaou's 60th birthday), Hong Kong, 1-4 Juin 1-4 2004,

Numerical Methods for Viscosity Solutions and Applications, La Sapienza, Rome, 6-8 Septembre, 2004,

The Sixth International Workshop on Mathematical Aspects of Fluid and Plasma Dynamics, Kyoto, 19-23 Septembre 2004,

MathGeo 04, New Trends in Mathematical and Numerical Methods for Geosciences Direct and Inverse Problems (A conference honoring Guy Chavent), Inria-Rocquencourt, France 9-10 Décembre 2004,

Issues on computational transport in meso and nano scales, Institute for Computational Engineering and Sciences (ICES), U. of Texas, 4-5 Mars 2005,

4th International Workshop on Kinetic Theory and Applications, Karlstad University, Suède, 12-14 Juin 2005,

Conference in honor of Björn Engquist's 60th birthday, KTH, Stockholm, 16-17 Juin 2005,

International Forum on Multiscale Methods and PDEs, Institute for Pure and Applied Mathematics, UCLA, Los Angeles, 26-27 Août 2005,

Optimal Mass Transport and its Applications, MSRI, Berkeley, 14-18 Novembre 2005,

Geometric and Nonlinear Analysis , BIRS, Banff, Aug 12-17 2006,

Fluides en rotation en géophysique, Centre Bernoulli, EPFL, Lausanne, 19-22 Septembre 2006,

Optimal transport: theory and applications, de Giorgi Center, Pise, 14-18 Novembre 2006,

International workshop on Nonlinear Hyperbolic Problems, Indam Rome Indam nonlinear hyperbolic problems, 28 mai-1er juin 2007,

Clifford Conference, Nonlinear PDEs: Analysis, Numerics, and Applications, 21-24 mars 2007, New-Orleans,

Des EDP au calcul scientifique, Congrès en l'honneur de Luc Tartar, 2-6 juillet 2007, Paris,

Euler Equations: 250 Years On, 19-22 juin 2007, Aussois, France,

Optimal Transportation and Applications to Geophysics and Geometry, 16-20 juillet 2007, ICMS, Edimbourg,

Optimal transportation structures, gradient flows and entropy methods for applied PDEs, 24-26 Septembre 2007, WPI, Vienne,

XX Congreso de Ecuaciones Diferenciales y Aplicaciones (CEDYA 2007), 24-28 Septiembre 2007, Séville.

Travaux 2002-2007:

Articles soumis ou à paraître:

Optimal Transport, Convection, Magnetic Relaxation and Generalized Boussinesq equations,
(<http://arxiv.org/pdf/0801.1088>, soumis à J. Nonlinear Sciences)

Generalized solutions and hydrostatic approximation of the Euler equations,
(à paraître dans *Physica D*)

L^2 formulation of multidimensional scalar conservation laws,
(hal-00101596/math.AP/060976, à paraître dans *Arch. Rat. Mech. An.*)

Articles parus:

Non relativistic strings may be approximated by relativistic strings, *Methods and Applications of Analysis* 12 (2005) 153-168
(cf: hal-00103454/math.AP/0610148).

avec Wen-An Yong, Derivation of particle, string, and membrane motions from the Born-Infeld electromagnetism, *J. Math. Phys.* 46 (2005) 6, 062305.

Solutions with concentration to the Riemann problem for the one-dimensional Chaplygin gas equations, *J. Math. Fluid Mech.* 7 (2005) suppl. 3, S326-S331.

avec François Bolley et Grégoire Loeper, Contractive metrics for scalar conservation laws, *J. Hyperbolic Differ. Equ.* 2 (2005) 91-107.

Order preserving vibrating strings and applications to electrodynamics and magnetohydrodynamics, *Methods Appl. Anal.* 11 (2004) 515-532.

avec Grégoire Loeper, A geometric approximation to the Euler equations: the Vlasov-Monge-Ampère system, *Geom. Funct. Anal.* 14 (2004) 1182-1218.

Hydrodynamic Structure of the augmented Born-Infeld equations, *Arch. Ration. Mech. Anal.* 172 (2004) 65-91.

Deformations of 2D fluid motions using 3D Born-Infeld equations, *Monatsh. Math.* 142 (2004) 113-122.

avec Roberto Natalini and Marjolaine Puel, Relaxation of the incompressible Navier-Stokes equations, Proc. Amer. Math. Soc. 132 (2004) 1021-1028.

avec U. Frisch, M. Henon, G. Loeper, S. Matarrese, R. Mohayaee, A. Sobolevskii, Reconstruction of the early Universe as a convex optimization problem, Mon.Not.Roy.Astron.Soc. 346 (2003) 501-524.

avec Norbert Mauser et Marjolaine Puel, Derivation of e-MHD from the Vlasov-Maxwell system, Commun. Math. Sci. 1 (2003) 437-447.

Remarks on the derivation of the hydrostatic Euler equations, Bull. Sci. Math. 127 (2003) 585-595.

Harmonicity up to rearrangement and isothermal gas dynamics, Commun. Math. Sci. 1 (2003), no. 1, 13-29.

avec Wilfrid Gangbo, L^p approximation of maps by diffeomorphisms, Calc. Var. Partial Differential Equations 16 (2003), no. 2, 147-164.

Actes de congrès:

Hyperbolic PDEs, kinetic formulation and geometric measure theory, European Congress of Mathematics, 555-560, Stockholm, Eur. Math. Soc., 2005.

Some geometric PDEs related to hydrodynamics and electrodynamics, Proceedings of the International Congress of Mathematicians, Vol. III (Beijing, 2002), 761-772, Higher Ed. Press, Beijing, 2002.

Séminaires publiés:

Le système de Born-Infeld élargi: des ondes aux particules et aux cordes, Séminaire: Équations aux Dérivées Partielles. 2004-2005, Exp. No. VII, École Polytech., Palaiseau, 2005.

Chapitres de livres:

Extended Monge-Kantorovich theory, in 'Optimal transportation and Applications', Lecture Notes in Mathematics 1813, 91-121, Springer, 2003.

Topics on hydrodynamics and volume preserving maps, in 'Handbook of mathematical fluid dynamics', Vol. II, 55-86, North-Holland, Amsterdam, 2003.

Enseignement, Direction, Animation, Evaluation (depuis 2002)

Enseignement

En 2005-2006 et 2006-2007, dans le cadre du nouveau mastère recherche de mathématiques de l'université de Nice, j'ai enseigné un cours sur le thème du "transport optimal".

J'ai enseigné des mini-cours (de niveau recherche), à l'occasion de programmes thématiques ou d'écoles d'été, notamment à l'université de Grenoble, à la Scuola Normale de Pise, en Suisse dans le cadre du "3ème cycle romand" et à l'ICMS d'Edimbourg.

Activité éditoriale

Membre du comité éditorial du journal Archive for Rational Mechanics and Analysis depuis 2000.

Organisation de conférences

Modelling, Analysis, Numerics for Particles, Fluids, Plasmas, Conférence en mémoire de Frédéric Poupaud, 17-19 février 2005, Nice, coorganisation avec Florent Berthelin et Michel Rascle (U. de Nice).

Optimal Transportation, Transport Equations and Hydrodynamics, 11-15 Juillet 2005, colloque, ICMS, Edimbourg, coorganisation avec Geoffrey Burton (U.de Bath).

NLPDE 05 : Summer School and Workshop on "Non Linear PDEs", Wolfgang Pauli Institut, Vienne, 19-27 Juillet 2005, coorganization avec Peter Markowich, Norbert Mauser (U. de Vienne) et Henrik Shahgholian (KTH, Stockholm).

Cours "FREDERIC POUPAUD 2006" (par Camillo De Lellis), Nice, 22-24 Mars 2006, coorganisation avec F. Berthelin et P.-E. Jabin (Nice).

Conférence: Optimal transportation and geometric PDEs, Nice, 15-18 Juin 2006, coorganisation (scientifique) avec Ph. Delanoë (Nice) et N. Trudinger (ANU, Canberra).

Atelier: Plasmas magnétisés, Nice, 23-24 Nov. 2006, coorganisation avec

F. Berthelin (Nice) et Th. Goudon (Lille).

Animation de contrats européens

De 2002 à 2005, j'ai été responsable ("team organizer") pour la France du Sud (Marseille, Nice, Toulouse) du réseau européen (Research Training Network HPRN-CT-2002-00282) "HYKE" (Equations hyperboliques et cinétiques). Ce réseau regroupait 15 groupes ("teams"), avec environ 200 chercheurs (en Allemagne, Autriche, Espagne, France, Grèce, Italie et Suède). La part du contrat que j'ai eu à gérer, essentiellement pour financer des pré- ou post-doctorants, était d'environ 200 Keuros pour les trois ans. J'étais par ailleurs président du "Training committee" de l'ensemble du réseau, ayant en charge la sélection des candidats pré- et post-doctorants.

Activités d'évaluation et de conseil

Participation aux comités d'évaluation des laboratoires de mathématiques de Paris-Dauphine (Ceremade) en 2004 et Orsay en 2005, en tant que président, puis, en tant que membre, de Lyon 1 (Institut Camille Jordan) en 2006 et du Ceremade (Paris-Dauphine) en 2007.

Participation au jury de l'ACI en 2004 (ACINIM, et STIC), ainsi qu'au jury de l'ANR en 2006.

Membre du jury d'admissibilité pour le recrutement des chargés de recherche de l'INRIA (Unité de Sophia-Antipolis) en 2004 et 2006.

Membre de la commission de spécialités 25-26 de l'université de Nice.

Membre du comité scientifique de la SMF.

Membre du jury de l'IUF (pour les "seniors") en 2006.

Membre nommé du CNU section 26 (session de 2007).

Direction de la FR 2800 Wolfgang Doeblin

Du 1er janvier 2004 au 1er janvier 2008, j'ai assumé la direction de la FR 2800 "Wolfgang Doeblin". Cette unité, créée par le CNRS en 2004, et le Plan Pluri-Formation qui l'a accompagnée au sein de l'université de Nice, a eu pour objectifs principaux de:

- 1) Resserrer les liens entre les laboratoires partenaires (le laboratoire Jean-Alexandre Dieudonné LJAD, l'Institut non-linéaire de Nice INLN et le laboratoire Cassiopée de l'observatoire de la côte-d'azur OCA) prioritairement sur le thème de la mécanique (et tout particulièrement celle des fluides) où leurs relations sont naturelles. Ainsi la création de la FR s'est accompagnée du recrutement de trois jeunes chercheurs CNRS dans les trois laboratoires partenaires précisément sur le thème de la mécanique (François Gallaire au LJAD,

Freddy Bouchet à l'INLN et Jérémie Bec à l'OCA). Cela s'est concrétisé par l'organisation depuis 2005 de journées mensuelles tournantes de mécanique des fluides qui connaissent un grand succès. La mécanique devient, dans le même mouvement, un thème de recherches d'importance croissante au sein du laboratoire Dieudonné. Le cadre de la FR permet d'envisager sereinement d'éventuelles redistributions de chercheurs entre les laboratoires partenaires pour favoriser de nouveaux projets d'interaction.

2) Programmer des rencontres scientifiques (ateliers, cours spécialisés, journées thématiques, ateliers, congrès. . .) où les mathématiques s'ouvrent aux autres sciences. Une liste complète des activités de cette nature que la FR a cofinancées et co-organisées se trouve sur le site:

<http://www-math.unice.fr/brenier/fichiers.ps.pageperso/fr2800-archive.html>

Les disciplines en jeu comptent la chimie quantique, la cosmologie, le trafic routier, l'imagerie, la physique des plasmas et celle des condensats et un atelier autour du projet ITER (en partenariat avec le GDR GRIP de Thierry Goudon et en association avec le laboratoire dirigé par Jacques Blum, commun au LJAD et au CEA de Cadarache). S'ajoute à ces activités les deux premières éditions du "cours Poupaud" qui, chaque année, donne à un jeune mathématicien de renom international l'occasion de faire un cours de niveau recherche. Les deux premiers lauréats ont été, en 2006, Camillo De Lellis (Université de Zürich) et, en 2007, Josselin Garnier (Université Paris 7).

Recherches 2002-2007 : impacts et perspectives

Principaux thèmes de recherches :

Lois de conservation hyperboliques

A partir de 2002, j'ai étudié les équations de l'électromagnétisme non-linéaire de Born-Infeld. Ce modèle, datant de 1934, avait pour but de résoudre le problème de l'infinitude de l'énergie électrique associée à une charge ponctuelle. La voie suivie par Born et Infeld consiste à modifier les équations de Maxwell, en les rendant non-linéaires mais, en un certain sens, le moins possible de façon à exclure l'apparition de chocs. Leur modèle, démodé par l'introduction de l'électrodynamique quantique, a fait une réapparition remarquable dans le cadre de la théorie des cordes et des Dirichlet-branes (travaux de Polchinsky, par exemple).

Il a été établi dans deux articles (un publié dans ARMA en 2004 et un autre, en collaboration avec Wen-An Yong, dans J. Math. Phys. en 2005) que ce modèle a la propriété remarquable de faire le pont entre les équations de Maxwell linéaires (dans le régime des champs électro-magnétiques faibles) et les équations décrivant des foliations de l'espace-temps par des surfaces extrémales -i.e. des cordes classiques- (pour des champs magnétiques forts et des champs électriques moyens) et, enfin, l'optique géométrique (pour des champs magnétiques et électriques forts). Du point de vue de l'analyse mathématique, ces équations forment un système non-linéaire de lois de conservation du premier ordre, dont l'énergie associée n'est une fonction convexe du champ électromagnétique qu'au voisinage du champ nul (i.e. dans le régime des champs faibles), ce qui rend difficile l'étude du système dans les régimes de champs forts. (En ce qui concerne les champs faibles, il a été établi par Chae et Huh, dans la suite d'un travail de Lindblad sur les hypersurfaces extrémales de l'espace de Minkowski, que les équations de Born-Infeld admettent des solutions globales régulières pour de petites données initiales. Ces résultats utilisent les "null conditions" à la Klainerman.) L'article d'ARMA montre comment rétablir la convexité de l'énergie en augmentant le système de quatre lois de conservations supplémentaires (conservation du tenseur énergie-moment) fournies par le théorème de Noether. Le système de Born-Infeld devient alors la restriction à une variété algébrique de dimension 6 du système élargi de 10 équations. Le système élargi a des propriétés remarquables: il a une énergie convexe, est symétrisable et, de façon surprenante, il a l'invariance galiléenne classique de la mécanique des flu-

ides (il ressemble à un modèle de magnétohydrodynamique) malgré le caractère lorentzien du système de Born-Infeld. En utilisant la structure du système élargi, on parvient à justifier les limites de champs forts très simplement, à partir soit de la formulation conservative (ARMA 2004), soit de la formulation non-conservative (JMP 2005) qui est, elle-même, remarquable (un système hyperbolique quadratique symétrique pour lequel les régimes de champs forts sont non-singuliers, contrairement au système de départ). La technique d’augmentation utilisée peut s’interpréter comme une globalisation des méthodes d’énergie aux données de grande taille (grâce au passage lorentzien/galiléen, permettant “d’éliminer les racines carrées”, un peu comme les coordonnées isothermes en théorie des surfaces minimales). La méthodologie a immédiatement été adaptée aux équations de Maxwell non-linéaires générales par Denis Serre (travail paru dans Arch. Rat. Mech. Anal. en 2004).

Un autre aspect des équations de Born-Infeld (originelles ou élargies) est d’autoriser des phénomènes de concentration d’énergie en temps fini lorsque le champ électromagnétique initial est assez fort. Mathématiquement, cela pose le problème inhabituel de résoudre des systèmes de lois de conservation à l’aide de solutions qui ne sont pas localement dans L^1 mais sont des mesures avec des parties singulières. Dans une version très simplifiée du système de Born-Infeld, essentiellement en une variable d’espace (au lieu de 3), en utilisant la formulation “lagrangienne” (par opposition à “eulérienne”), j’ai pu introduire une notion de solution qui assure l’existence, l’unicité et la stabilité par rapport aux données initiales et autorise la dissipation de l’énergie en cas de concentration (il ne s’agit donc pas de solutions réversibles en temps). (Voir article ‘order preserving vibrating strings’, publié en 2005 dans Meth. Appl. Analysis.)

Ce travail m’a permis de reconsidérer d’un point de vue nouveau (travail en commun avec F. Bolley et G. Loeper, publié dans J. Hyperbolic Differ. Equ.J. en 2005) les lois de conservation scalaires, dans le cas très simple d’une dimension d’espace avec des données initiales monotones variant de 0 à 1. On a mis en évidence une propriété cachée des solutions entropiques de Kruzhkov: leur stabilité en distance de Wasserstein (plus exactement de leurs dérivées spatiales, vues comme des mesures de probabilité sur la droite réelle) pour tous les exposants $p \in [1, +\infty]$, la stabilité L^1 bien connue n’étant rien d’autre que le cas particulier $p = 1$. Ce résultat était surprenant mais limité. C’est en 2006 (article à paraître dans ARMA hal-00101596/math.AP/060976 sous le titre “L2 formulation of multidimensional scalar conservation laws”) que j’ai effectué une généralisation significative: les lois de conservation scalaires multidimensionnelles peuvent être entièrement reformulées dans un cadre L^2 .

Autrement dit, pour chaque loi scalaire multidimensionnelle, les solutions de Kruzhkov peuvent être obtenues à l'aide d'une transformation non-linéaire simple et explicite à partir des solutions d'une équation sous-jacente, bien posée dans tous les espaces L^p et générée par un opérateur maximal monotone dans L^2 . Ce résultat me semble important, car jusqu'à présent, il est coutumier d'affirmer l'impossibilité d'une théorie unitaire pour les systèmes multidimensionnels de lois de conservation hyperboliques, puisque la propriété de stabilité L^p par rapport aux données initiales n'est vraie que pour $p = 1$ dans le cas des lois scalaires et que pour $p = 2$ dans le cas des systèmes linéaires symétriques (comme celui de l'acoustique ou celui de Maxwell). Or les lois scalaires peuvent se traiter dans l'espace L^2 à condition de choisir les bonnes inconnues.

Méthodes d'entropie relative pour les équations d'évolution conservatives

Les méthodes d'entropie relative sont bien connues dans le domaine des équations cinétiques et paraboliques. Elles permettent de comparer deux solutions (ou souvent une solution et une solution "approchée") d'une manière plus non-linéaire qu'avec une classique méthode d'énergie. Leur utilisation dans le cadre d'équations d'évolution conservatives ou hamiltoniennes est plus originale. C'est alors l'hamiltonien ou l'énergie du système qui tient lieu d'entropie (on parle aussi de méthode d'énergie ou d'hamiltonien modulé(e)). C'est en 1998 que j'ai commencé à utiliser cette approche (dans un article sur le passage du système de Vlasov-Poisson aux équations d'Euler, qui a eu un impact assez important). Depuis 2002, j'ai eu l'occasion de l'appliquer d'abord (en collaboration avec N. Mauser et M. Puel, *Comm. Math. Sc.* 2003) à la dérivation des équations de la e-MHD (ce travail a depuis été considérablement amélioré par M. Puel et L. Saint-Raymond). Une autre application à l'approximation "télégraphique" des équations de Navier-Stokes (où on remplace la partie parabolique par une équation des ondes) a été faite en collaboration avec R. Natalini et M. Puel (*Proc. AMS* 2004). Enfin, les applications les plus récentes concernent d'une part le système de Born-Infeld mentionné plus haut (article dans *ARMA* 2004) et d'autre part la dérivation rigoureuse de la limite hydrostatique des équations d'Euler (*Bull. SM* 2003). Dans ces deux cas, la méthode nécessite une adaptation non triviale. Pour Born-Infeld, on augmente le système à l'aide des lois de conservations supplémentaires garanties par le théorème de Noether, ce qui rend l'entropie convexe (voir plus haut). Dans le second cas, on ajoute à l'hamiltonien une quantité conservée additionnelle ("Casimir") modulée en fonction de la limite. (L'idée, sans modulation, remonte à V.I. Arnold pour

la stabilité non-linéaire des solutions stationnaires des équations d'Euler en dimension 2 et à E. Grenier pour son adaptation, par modulation en fonction de la limite, à l'analyse des couches limites en mécanique des fluides.)

Transport optimal

La théorie du transport optimal de mesures, dont l'origine remonte à Monge (1780) et Kantorovich (1942), a longtemps appartenu au domaine de la recherche opérationnelle et de l'optimisation combinatoire (dans sa version discrète de "linear assignment problem") ou aux Statistiques (voir l'ouvrage de Rachev et Rüschendorf chez Springer), avec des applications importantes en Probabilités (en liaison avec les inégalités de concentration et de Log-Sobolev, en particulier par Talagrand et Ledoux). Elle a émergé dans le domaine des équations aux dérivées partielles à la suite de mon travail, annoncé dans une note aux CRAS de 1987 et publié dans CPAM en 1991, qui l'a relié à l'équation de Monge-Ampère et à l'équation d'Euler de la mécanique des fluides incompressibles, et des résultats consécutifs de régularité de Caffarelli.

La théorie du transport optimal a connu depuis un essor important avec des applications diverses allant du calcul des variations aux inégalités fonctionnelles en passant par les équations paraboliques et la mécanique des fluides incompressibles et multiphasiques et les problèmes inverses en cosmologie. On peut en lire deux témoignages récents: la revue de Cédric Villani dans "Images des mathématiques 2004", publiées par le CNRS, et le séminaire Bourbaki de Bernard Maurey, en novembre 2003. Parmi les principaux développements, citons les contributions, entre autres, d'Ambrosio, Barthe, Benamou, Bouchitté, Buttazzo, Caffarelli, Cordero-Erausquin, Evans, Frisch, Gangbo, Kinderlehrer, McCann, Otto, Tennenbaum, Trudinger, Urbas, Villani, Wang et beaucoup d'autres. Les dernières années ont été particulièrement actives dans ce domaine, comme en témoignent, rien que depuis 2002 : un atelier en août 2003 à Vancouver (PIMS) organisé par Gangbo, deux colloques (Octobre 2003 et Novembre 2006) à Pise (Scuola Normale), organisés par Ambrosio, un atelier à Orléans en 2005, une conférence de l'ICMS à Edimbourg en 2005 (coorganisé par G. Burton et moi-même), une conférence à Berkeley (MSRI) en novembre 2005 (sous l'égide de Caffarelli, Evans et Gutierrez), un colloque à Nice en juin 2006 (coorganisé par Delanoë, Trudinger et moi-même).

Une application assez spectaculaire de la théorie est le travail de reconstitution des vitesses de l'univers primitif mené par l'équipe d'Uriel Frisch à l'observatoire de Nice (voir "A reconstruction of the initial conditions of the Universe by optimal mass transportation", Frisch et coll., Nature 417, 260-

262-16 Mai 2002). J'ai d'ailleurs collaboré à ce projet, avec une publication en commun parue dans un journal d'Astronomie (Mon. Not. R. Astron. Soc.) en 2003.

Mon programme de recherches porte largement sur différentes généralisations de problèmes de transport optimal. Cela a été par ailleurs le sujet de la thèse de Grégoire Loeper. La plus intéressante généralisation de la théorie du transport optimal de densités est, à mon sens, le transport de courants (le mot étant entendu aussi bien au sens appliqué du mouvement des particules chargées ou des fluides géophysiques qu'au sens théorique donné à ce mot en analyse et géométrie, notamment pour l'étude des surfaces minimales). Bien entendu, les applications potentielles sont plutôt à rechercher du côté des fluides géophysiques (reconstruction de courants marins, assimilation de données lagrangiennes) ou en vision (interpolations d'images mobiles, cinématographie numérique). Cette idée est introduite dans un article paru dans *Monatsh. Math.* en 2004. Comme la physique classique est une source d'inspiration sans égal, la première étape a été de comprendre les équations de l'électromagnétisme, celles de Maxwell et surtout leur extension non-linéaire due à Born et Infeld, comme des équations de transport optimal de courants. (Voir plus haut.)

Liste des publications les plus significatives antérieures à 2002

Voir liste complète sur:

<http://www.ams.org/mathscinet>

Prépublications et illustrations numériques sont disponibles sur:

<http://math.unice.fr/brenier>

References

- [1] avec Marjolaine Puel, Optimal multiphase transportation with prescribed momentum, *ESAIM Control Optim. Calc. Var.* 8 (2002), 287-343.
- [2] Derivation of the Euler equations from a caricature of Coulomb interaction, *Comm. Math. Physics.* 212 (2000) 93-104.
- [3] Convergence of the Vlasov-Poisson system to the incompressible Euler equations, *Comm. Partial Differential Equations* 25 (2000) 737-754.
- [4] avec Doron Levy, Dissipative behavior of some fully non-linear KdV-type equations, *Phys. D* 137 (2000) 277-294.
- [5] avec Jean-David Benamou, A Computational Fluid Mechanics solution to the Monge-Kantorovich mass transfer problem, *Numer. Math.* 84 (2000) 375-393.
- [6] avec Bouchut, Cortes et Ripoll, A hierarchy of models for two-phase flows, *J. Nonlinear Sci.* 10 (2000) 639-660.
- [7] Homogeneous hydrostatic flows with convex velocity profiles, *Nonlinearity* 12 (1999) 495 - 512.
- [8] Minimal geodesics on groups of volume-preserving maps and generalized solutions of the Euler equations, *Comm. Pure and Applied Maths*, 52 (1999) 411-452.
- [9] avec Emmanuel Grenier, Sticky particles and scalar conservation laws, *SIAM J. Numer. Anal.* 35 (1998) 2317-2328.
- [10] avec Jean-David Benamou, Weak existence for the semigeostrophic equations formulated as a coupled Monge-Ampère transport problem, *SIAM J. Appl. Math.* 58 (1998) 1450-1461.

- [11] avec Lucilla Corrias, A kinetic formulation for multi-branch entropy solutions of scalar conservation laws, . Ann. Inst. H. Poincaré Anal. Non Linéaire 15 (1998) 169-190.
- [12] A homogenized model for vortex sheets, Arch. Rational Mech. Anal. 138 (1997) 319-353.
- [13] avec G.-H. Cottet, Convergence of particle methods with random rezoning for the 2-D Euler and Navier-Stokes equations, (1995), SIAM J. of Num. Analysis 32 (1995) 1080-1097.
- [14] The dual least Action Problem for an incompressible fluid, Archive for Rat. Mech. 122 (1993) 323-351.
- [15] Polar factorization and monotone rearrangement of vector valued functions, Comm. Pure and Appl. Math. 64 (1991) 375-417.
- [16] Une méthode particulière pour les équations non linéaires de diffusion convection en dimension un. J. Comput. Appl. Math. 31 (1990), 35-56.
- [17] The least Action Principle and the related concept of generalized flows for incompressible inviscid fluids, J. of the A.M.S, 2 (1989) 225-255.
- [18] A combinatorial algorithm for the Euler equations of incompressible fluids, Comp. Meth. in Appl. Mech. and Engineering 75 (1989) 325-332.
- [19] Un algorithme rapide pour le calcul de transformées de Legendre discrètes, C. R. Acad. Sci. Paris 308 (1989) 587-589.
- [20] avec S.Osher, The one-sided Lipschitz condition for convex conservation laws, SIAM J. Num. Analysis 25 (1988) 8-28.
- [21] Averaged multivalued solutions and time discretization for conservation laws, Lect. in Appl. Math. 22 (1985) 41-55.
- [22] Averaged multivalued solutions for scalar conservation laws, SIAM J. Num. Analysis 21 (1984) 1013-1037.
- [23] Résolution d'équations d'évolution quasilinéaires en dimension N d'espace à l'aide d'équations linéaires en dimension $N+1$, J.Diff.Equ. 50 (1983) 375-390.
- [24] Une équation homologique avec contrainte, C. R. Acad. Sci. Paris 295 (1982) 103-106.