

Nom :

Prénom :

L3 MATH - TD Calcul intégral gp M-MI Interrogation 11 décembre 2019

Durée prévue : 30mn. Documents et appareils électroniques interdits

Chaque réponse doit être raisonnablement justifiée

Ex. 1. Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction partout dérivable. Pour $a > 0$ on note $\tau_a f$ l'application $x \mapsto \frac{f(x+a)-f(x)}{a}$.

Montrer que pour chaque $a > 0$ l'application $\tau_a f$ est mesurable (pour la tribu des boréliens sur \mathbb{R}).

En déduire que f' (la dérivée de f) est mesurable.

Ex. 2. Montrer qu'on a $\log(1+x) \geq x$ pour tout $x \in]-1, +\infty[$. En déduire (soigneusement) :

$$\int_{\pi/3}^{\pi/2} \sin(\log(1+x)) dx \leq \frac{1}{2}$$

Obtient on une majoration plus fine avec l'inégalité $\log(1+x) \leq \log(1+\pi/3) + \frac{1}{1+\pi/3}(x-\pi/3)$?

Comment obtiendrait on une minoration fine de l'intégrale ?