1. Soit p un entier, $p > 0$.
Soient donnés p nombres réels $a_1, ..., a_p$ dans $]0, +\infty[$. Montrer par recurrence que
$$\ln(a_1 a_2 ... a_p) = \ln(a_1) + \ln(a_2) + ... + \ln(a_p).$$

2. Montrer par contraposition que la fonction $f : x \mapsto 3x + 5$ est injective.

3. Ecrire la négation de l'énoncé suivant :
$$\exists\, \ell \in \mathbb{R}, \quad \forall\, \epsilon > 0, \quad \exists\, \bar{n} \in \mathbb{N}, \quad \forall\, n \in \mathbb{N}, \quad (n \geq \bar{n} \implies |u_n - \ell| \leq \epsilon).$$

4. Déterminer le domaine E de définition de la fonction $f : x \mapsto \frac{1}{1+\ln x}$ et specifier, s'il existe, $\inf E$, $\min E$, $\sup E$, $\max E$. La fonction est-elle monotone sur E ?

5. Montrer que si la suite converge à une limite $\ell > 0$, ses termes sont positifs à partir d'un certain rang.

6. Calculer, s'il existe, la valeur limite des suites (u_n) pour $n \to \infty$

$$(a) \qquad u_n = \frac{n^2 - \sin n}{3n^2 + n} \qquad\qquad (b) \qquad u_n = \frac{2^n}{3^n} n^2.$$

   Detailler clairement les passages du raisonnement mathématique.

7. Déterminer, pour $n \to +\infty$, le comportement de la suite

$$u_{n+1} = u_{n-1}, \qquad n \geq 1$$

   avec u_0, u_1 donnés.

8. Reconstruire la table de verité de la tautologie *Modus Ponens* : $(\ p \wedge (p \Rightarrow q)\ ) \Rightarrow q$.