

Séance 4 de compléments d'Analyse Numérique

1) Écrire une fonction $x = \text{iteree}(A, x_k, y, n)$ donnant l'itérée suivante de x_k pour la méthode de Jacobi appliquée à la matrice A de taille n et au second membre y . Le point x est défini par

$$Dx = y - Rx_k,$$

où D est la partie diagonale de A et $R = A - D$.

2) Écrire un programme calculant la k -ième de la méthode de Jacobi avec point de départ $x_0 = 0$.

3) Modifier le programme pour qu'il renvoie aussi une évaluation de l'erreur (en calculant $|x_{k+1} - x_k|$).

4) Comparer cette erreur avec l'erreur réelle $|x - x_k|$ où x est la vraie solution de $Ax = y$ et avec $(\rho(A))^k$ où $\rho(A)$ est le rayon spectral de A .

5) Reprendre les mêmes points avec la méthode de Gauss-Seidel où

$$Lx = y - Rx_k,$$

et L est la partie triangulaire inférieure de A , $R = A - L$.

6) Refaire la même chose avec la méthode du gradient où

$$x = x_k - \rho_k(Ax_k - y),$$

avec

$$\rho_k = \|Ax_k - y\|_2 \left((Ax_k - y)^t A (Ax_k - y) \right)^{-1}.$$