Séance 6 de compléments d'Analyse Numérique

1) Écrire une fonction $y = poly(x, i, xi, n)$ où x est un réel, n un entier, i un entier inférieur à n et $xi = (xi(1), \ldots, xi(n))$ un vecteur de taille n et qui retourne le réel y égal à

$$y = \frac{\Pi_{j=1\ldots n,\ j\neq i}(x - xi(j))}{\Pi_{j=1\ldots n,\ j\neq i}(xi(i) - xi(j))}.$$

Ceci correspond bien entendu au $i$ème polynôme d'interpolation de Lagrange pour les points $xi(1), \ldots xi(n)$.

2) Écrire une fonction $z = poly2(i, xi, n, m)$ où m est un entier et qui renvoie un vecteur z de taille m où $z(k)$ est donné par

$$z(k) = \frac{\Pi_{j=1\ldots n,\ j\neq i}(k/m - xi(j))}{\Pi_{j=1\ldots n,\ j\neq i}(xi(i) - xi(j))}.$$

3) Utiliser la fonction plot de scilab et la fonction $poly2$ pour tracer la courbe du $i$ème polynôme d'interpolation de Lagrange pour les points $xi(1), \ldots xi(n)$. On prendra $n = 5,\ m = 10$ et $n = 50,\ m = 200$ et $xi(j) = j/n$.

4) Programmer une fonction $z = lagrange(f, xi, n, m)$ où f est un vecteur $f(1) \ldots f(n)$ supposé contenir les valeurs d'une fonction aux points $xi(1) \ldots xi(n)$ et qui renvoie un vecteur z de taille m tel que $z(k)$ soit la valeur du polynôme d'interpolation de Lagrange au point k/m.

5) Tracer la courbe du polynôme d'interpolation de Lagrange des fonctions x^7 et $\cos x$ pour $xi(j) = j/n$ et $n = 5,\ m = 10$, ainsi que $n = 15,\ m = 100$.

6) Faire la même chose mais pour les points $xi(j) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(\pi\, j/n)$.