

TD n°4 de géométrie différentielle

Exercice 1 Étudier et tracer la courbe donnée en coordonnées polaires par $r(\theta) = e^\theta$.

Exercice 2 Étudier et tracer la courbe définie en coordonnées polaires par $r(\theta) = 1 + 2 \sin \theta$.

Exercice 3 Étudier et tracer la courbe définie par $r(\theta) = \frac{\cos \theta}{\theta}$.

Exercice 4 Soit la courbe définie par $x(t) = e^{-t^{-1}} \cos(t^{-1})$ et $y(t) = e^{-t^{-1}} \sin(t^{-1})$.

1) Prouver que cette courbe est C^∞ sur $[0, 1]$.

2) Montrer que la tangente en $t = 0$ n'existe pas.

Exercice 5 Soit la courbe d'équation

$$|x|^{1/3} + |y|^{1/3} = 1.$$

1) Peut-on représenter cette courbe au voisinage de tout point comme une courbe d'équation $y = \phi(x)$ ou $x = \psi(y)$?

2) Poser $x = t^3$ et pour obtenir une paramétrisation de la courbe.

3) Faire l'étude des courbes paramétrées obtenues avec l'étude des points singuliers éventuels, des asymptotes s'il y a lieu et tracer finalement la courbe.