

TD n°4 de géométrie différentielle

**Exercice 1** Étudier et tracer la courbe donnée en coordonnées polaires par  $r(\theta) = e^\theta$ .

**Exercice 2** Étudier et tracer la courbe définie en coordonnées polaires par  $r(\theta) = 1 + 2 \sin \theta$ .

**Exercice 3** Étudier et tracer la courbe définie par  $r(\theta) = \frac{\cos \theta}{\theta}$ .

**Exercice 4** Soit la courbe définie par  $x(t) = e^{-t^{-1}} \cos(t^{-1})$  et  $y(t) = e^{-t^{-1}} \sin(t^{-1})$ .

1) Prouver que cette courbe est  $C^\infty$  sur  $[0, 1]$ .

2) Montrer que la tangente en  $t = 0$  n'existe pas.

**Exercice 5** Soit la courbe d'équation

$$|x|^{1/3} + |y|^{1/3} = 1.$$

1) Peut-on représenter cette courbe au voisinage de tout point comme une courbe d'équation  $y = \phi(x)$  ou  $x = \psi(y)$  ?

2) Poser  $x = t^3$  et pour obtenir une paramétrisation de la courbe.

3) Faire l'étude des courbes paramétrées obtenues avec l'étude des points singuliers éventuels, des asymptotes s'il y a lieu et tracer finalement la courbe.