

Dossier

Mdp: Variables aléatoires réelles.

1 Contrôle de Fabrication

Les différentes pièces fabriquées sur une machine automatique ont des diamètres légèrement différents. Ces diamètres sont distribués suivant une loi normale de moyenne 20 mm et d'écart-type 4 mm. Toutes les pièces dont le diamètre est inférieur à 18 mm ou supérieur à 22 mm sont refusés.

1. Quelle est la probabilité des pièces refusés en fin de fabrication?
2. Sur 1250 pièces fabriquées, on peut s'attendre à combien de pièces refusées?

2 La loterie

Dans une loterie, 100 billets ont été vendus. Il y a 3 billets gagnants. Chaque billet coûte 1 Euro. Un billet gagnant rapporte 100 Euros.

1. On achète un seul billet. On note X le gain du joueur. Donnez la loi et l'espérance de X
2. On achète deux billets. On note Y le gain du joueur. Donnez la loi et l'espérance de Y .
3. Ce jeu vous semble-t'il équitable?

3 Trois pièces

On jette 3 pièces. On note X le nombre de piles obtenues.

1. Donner les 4 valeurs possibles de X .
2. Calculer la loi de X (On pourra dénombrer toutes les possibilités à l'aide d'un arbre).
3. Calculer l'espérance de X . Donnez le nombre moyen de piles obtenues.
4. Comment expliquez vous le fait que $E(X)$ n'est pas un entier?

4 Productique mécanique

Une machine fabrique 1000 pièces dont la longueur est variable.

1. En prélevant un échantillon de 50 pièces, nous avons obtenu les résultats suivants:

Longueur L (cm)	Effectif n_i
$[24.0;24.5[$	5
$[24.5;25.0[$	13
$[25.0;25.5[$	24
$[25.5;26.0[$	8

Déterminez la longueur moyenne \bar{L} et l'écart type σ de cette série statistique.

2. On estime que la longueur d'une pièce L est une variable aléatoire qui suit une loi normale de moyenne 25.1 et d'écart type 0.4. Ainsi, la variable $T := \frac{L - 25.1}{0.4}$ suit une loi normale centrée et réduite.

Pour chaque nombre t , l'annexe fournit la valeur de la probabilité suivante: $P(T < t)$.

- (a) Calculez la probabilité pour que la longueur d'une pièce soit inférieure à 25.6 cm.
- (b) Calculez la probabilité pour que la longueur d'une pièce soit comprise entre 24.6 cm et 25.4 cm.
- (c) Calculez la probabilité pour que la longueur d'une pièce soit comprise entre $\bar{L} - \sigma$ et $\bar{L} + \sigma$.
- (d) Calculez la probabilité pour que la longueur d'une pièce soit comprise entre $\bar{L} - 2\sigma$ et $\bar{L} + 2\sigma$.
- (e) Calculez la probabilité pour que la longueur d'une pièce soit comprise entre $\bar{L} - 3\sigma$ et $\bar{L} + 3\sigma$.

5 Un dé

On jette un dé. On note X le résultat obtenu sur la face supérieure.

- 1. Quelles sont les issues possibles?
- 2. Faites trente lancers. Notez les résultats obtenus: $(x_1, x_2, \dots, x_{30})$. Calculez la moyenne et l'écart type de cette série statistique. (Pour faire cette exercice, si l'on n'a pas amené de dé, on pourra utiliser la fonction aléatoire de sa calculatrice).
- 3. Calculez l'espérance et l'écart type de X .
- 4. Comparez et commentez les résultats des deux questions précédentes.

6 Maintenance des systèmes mécaniques automatisés

La chaîne étudiée est destinée à la fabrication de pièces métalliques. On étudie la longueur de ces pièces. Une pièce est acceptable si sa longueur varie entre 891.50 mm et 897.50 mm. On note IT l'amplitude de tolérance: $IT := 897.50 - 891.50 = 6$.

Un contrôle sur un échantillon de 100 pièces fournit la série statistique suivante:

Longueur (mm)	Effectif n_i
$[891.50; 892.50[$	2
$[892.50; 893.50[$	15
$[893.50; 894.50[$	31
$[894.50; 895.50[$	35
$[895.50; 896.50[$	13
$[896.50; 897.50[$	4

On affecte à chaque classe la valeur de son centre.

- 1. Donnez la moyenne \bar{x} et l'écart type σ de cette série statistique (valeurs arrondies au centième).
- 2. On appelle coefficient d'aptitude machine (C.A.M.) le rapport: $\frac{IT}{6\sigma}$, (ce qui se justifie par le fait que 99% des pièces ont une longueur appartenant à l'intervalle $[\bar{x} - 3\sigma, \bar{x} + 3\sigma]$).
 - (a) Calculez le C.A.M. de la machine.
 - (b) Lorsque la machine est bien adaptée, le C.A.M. est supérieur ou égal à 1. Dans le cas étudié, la machine nécessite-t-elle une intervention de la maintenance?