

## Approximation des fonction numériques

par des fonctions polynomiales ou polynomiales par morceau. Exemples

0) Approximation locale: Formules de Taylor

I) Interpolation

Lagrange, (Hermite), formule de l'erreur,

exemple: le sin;

contre-exemple le phénomène de Runge

Le cas des fonctions Lipschitz

II) Meilleur Approximation Uniforme

- pour les fonctions continues, unicité et caractérisation par les “équioscillations”

- exemple avec les polynômes de Tchebicheff pour le monôme sur  $[-1,1]$

- Algorithme difficile à mettre en oeuvre.

III) Approximation au sens des moindres carrés

A) Polynôme orthogonaux

Tchebycheff: explicite mais ce n'est pas le produit scalaire usuel.

Legendre: donné par une récurrence et correspond au produit scalaire usuel.

Application pour les méthodes de Gauss en intégration numériques, etc ...

B) Cas d'un nuage de point en statistique

Le degré  $d=0$  donne la valeur moyenne,  $d=1$  la droite des moindres carrés,  $d= 2 \dots$

IV) Approximation polynomiales par morceau

A) Interpolation par morceau

Convergence et ordre de convergence dans le cas de fonction régulière,

Application pour les méthodes d'intégration numériques composées:

Trapèze, Simpson, Newton-Cotes, ..., (estimation simple de l'ordre de l'erreur)

et aussi: ODE, EF, ...

B) Introduction aux splines. (Schatzmann, Ciarlet, Lascaux-Théodor)

Pour les dessins: polynôme de degré 2 (ou mieux 3) par morceau

avec raccord  $C1$  et données aux bords de l'intervalle et aux noeuds

et la dérivée sur un seul bord.

Références: Schatzmann; Demailly; Crouzeix & Mignot