

F(X)=0. Méthodes & Exemples.

1) En dimension 1

Dichotomie (balayage au Lycée)

Méthodes de points fixe: $f(x)=0 \Leftrightarrow g(x)=x$,

$u_{n+1} = g(u_n)$: la corde,
racines de polynômes au cas par cas.
f croissante, représenter l'escalier
f décroissante, représenter l'escargot: suites adjacentes

présenter des cas de divergence:

$x^2=x$, $x_0 > 1$ (passer à la fonction réciproque)

La convergence est généralement géométrique

Accélération de convergence: Aitken, Steffensen

phénomène de convergence quadratique si $g'(x)=0$ (Algorithme de Babylone)

convergence lente si $|g'(x)|=1$ (f=sin)

Méthode de Newton: Algorithme de Babylone,
calcul de l'inverse sans diviser.

2) Méthode de points fixes dans \mathbb{R}^d

$F(X)=0 \Leftrightarrow G(X)=X$,

Résultat local, pb du choix de la norme pour estimer la contractance (ex dans le PGCD)

La convergence est généralement géométrique.

Le cas de la super convergence: $G(X)=0$, exemple: **Méthode de Newton**
 $G(X)$ est Nilpotente, exemple: **Méthode de la sécante**

pour la méthode de la sécante, écrire la récurrence d'ordre 2 scalaire
comme un récurrence d'ordre 1 vectorielle.

Références: Baranger, Chambert-Loir&Fermigier, Demailly, Dieudonné,
Gourdon, Mialet-Tissier, Rouvière PGCD, Schatzmann