Licence de Sciences Économiques — Année 2016-2017

Université de Nice Sophia-Antipolis — Mathématiques L1

FEUILLE DE TRAVAUX DIRIGÉS 1

Les trois premiers exercices sont des exercices semblables à ceux proposés à la suite du support de cours 2 sur le site web : http ://math1.unice.fr/ phm/enseignement.html Pour le dernier exercice, la différence entre application et fonction est expliquée à la fin du support de cours 2.

Exercice 1. (Examen Janvier 09)

1) Montrer que l'application :

$$h : \mathbf{R} - \{-2\} \longrightarrow \mathbf{R} - \{3\} \quad , \quad x \longmapsto h(x) = \frac{3x-1}{x+2}$$

est bijective. Déterminer la fonction réciproque h^{-1}.

2) En déduire les réels x tels que $h(x) = -\frac{1}{2}$.

3) Vérifier que pour tout $x \in \mathbf{R} - \{-2\}$, $(h^{-1} \circ h)(x) = x$.

Exercice 2. (Septembre Janvier 05)

1) Montrer que l'application :

$$h \ : \ \mathbf{R} - \{-2\} \longrightarrow \mathbf{R} - \{3\} \quad , \quad x \longmapsto h(x) = 3 + \frac{6}{x+2}$$

est bijective. Déterminer la fonction réciproque h^{-1}.

2) Vérifier que pour tout $x \in \mathbf{R} - \{3\}$, $(h \circ h^{-1})(x) = x$.

Exercice 3. On considère l'application l'application :

$$g \ :]3, \infty[\longrightarrow] - 1, \infty[\quad , \quad x \mapsto g(x) = -1 + (x-3)^2 \ .$$

1) Montrer que g est bijective et déterminer l'application réciproque g^{-1}.

2) Quels sont les réels $x > 3$, tels que $f(x) = 15$.

On considére maintenant l'application :

$$h \ : \ \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R} \quad , \quad x \mapsto h(x) = -1 + (x-3)^2 \ .$$

3) Soit y un réel, déterminer en fonction de y les antécédents de y par h.

4) Donner la courbe représentative de h.

5) Soit y un réel, en déduire géométriquement le nombre d'antécédent de y par h.

Exercice 4. Préciser le domaine de définition des fonctions suivantes. On pourra donner ce domaine sous forme de réunions d'intervalles disjoints.

1) $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R} \quad , \quad x \longmapsto f(x) = \sqrt{4x+8} + \sqrt{6-2x}$.

2) $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R} \quad , \quad x \longmapsto g(x) = \dfrac{\sqrt{4x+8}}{x-3}$.

3) $h : \mathbf{R} \to \mathbf{R} \quad , \quad x \longmapsto h(x) = \dfrac{2x+3}{\sqrt{(x+5)(x-4)}}$.