

L3 Mass
Calcul différentiel
2008/2009

TD 3

1. Préciser la régularité et donner le gradient, la matrice Hessienne et le développement limité à l'ordre 2 à l'origine des fonctions suivantes

$$f(x, y) = \arctan(x + y^2), \quad g(x, y) = \ln(1 + xy).$$

2. Soit $f \in C^1(\mathbb{R}^2)$. On suppose que

$$y \frac{\partial f}{\partial x} - x \frac{\partial f}{\partial y} = 0.$$

En utilisant la fonction annexe $F(\rho, \theta) = f(\rho \cos \theta, \rho \sin \theta)$, montrer que la fonction f est radiale, i.e. il existe $\varphi \in C^2(\mathbb{R}_+)$ telle que $f(x, y) = \varphi(\sqrt{x^2 + y^2})$. En d'autres termes, $f(x, y)$ ne dépend que de la distance de (x, y) à $(0, 0)$.