Exercices

Ex. A : le tâtonnement séquentiel

Demande $d(p_t) := d_t = a - b p_t$, $a, b > 0$

Offre $s(p_t) := s_t = c + d p_t$, $c > 0$ (?), $d > 0$

Processus de tâtonnement : $p_{t+1} - p_t = \underset{k>0}{k}\left(d(p_t) - s(p_t)\right)$

Ecrire l'ED. Etat(s) d'équilibre ? Stabilité ?

Résolution de l'E.D. pour une C.I. $p(0) = p_0$ quelconque ?

Ex B : le cycle de Cobweb

Demande : $D_t := D(p_t) = \alpha + \beta p_t$, $\alpha > 0$, $\beta < 0$

Offre : $S_t := S(p_{t-1}) = \gamma + \delta p_{t-1}$

Commentaire : $\left\{\begin{matrix} D_t \\ S_t \end{matrix}\right\}$ dépend de $\left\{\begin{matrix} p_t \\ p_{t-1} \end{matrix}\right\}$: retard, ou prix anticipé $p_t^a := p_{t-1}$ (anticipation statique)

Définition de p_t : p_t est le prix p tel que $D(p) = S_t$

Ecrire l'ED associée (ED). SG de l'éq. homogène associée ?

Etat(s) d'équilibre de (ED) ? SG de (ED) ? Stabilité des (?) états d'équilibre de (ED) ? Interprétation graphique ?

Ex C : le multiplicateur dynamique

Consommation : $C_t = c Y_{t-1} + c_0$, $0 < c < 1$, $c_0 \geq 0$

Revenu : $Y_t = C_t + I_t$, I_t : investissement, supposé constant : $I_t \equiv I = c^{te}$

Ecrire l'ED vérifiée par Y_t, et l'ED homogène (ED') associée. SG de (ED) ? Etats d'équilibre ? Stabilité ?

/

E2

.Ex. D : Le cycle du business de Samuelson (1939)

· Consommation $\rightarrow C_t = cY_{t-1}$, $0<c<1$, c : coeff^t multiplicateur
Revenu : Y
Investissement $I_t = \beta(C_t - C_{t-1})$, $\beta > 0$, β : accélérateur
(β décrit la rapidité de la réaction à l'augmentation de la consommation). Enfin, $Y_t = C_t + I_t + G_t$ ← (dépenses du gouvernement)
(revenu) (consommation) (investissement)

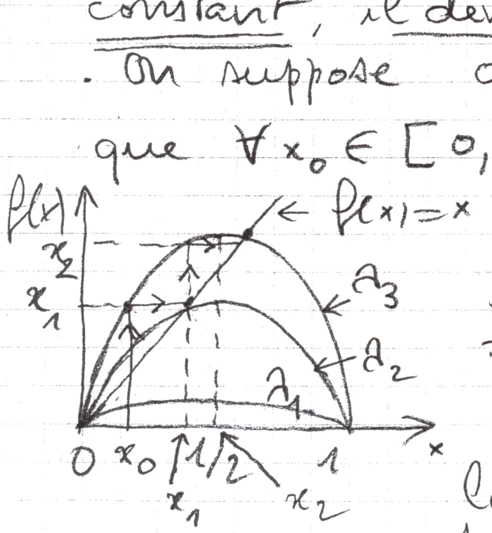
On suppose $G_t \equiv G$ = constante
On en déduit l'ED du 2nd ordre, linéaire, à coeff^{ts} constants:

$$\boxed{Y_t - c(1+\beta)Y_{t-1} + \beta c Y_{t-2} = G \qquad (ED)}$$

Etudier suivant les valeurs des paramètres c et β les solutions de l'éq homogène associée (ED'), à l'aide de l'équation caractéristique.
En déduire la SG de (ED) et donner son expression en fonction de la condition initiale Y_0, Y_1. Enfin, état(s) d'équilibre de (ED)? Stabilité ?

. Ex. E : L'équation logistique : exemple d'ED d'ordre 1, NON linéaire : (ED) $\boxed{x_{t+1} = f(x_t) := \lambda x_t(1-x_t),\ \lambda > 0}$
le multiplicateur $\frac{x_{t+1}}{x_t}$ (à ne pas confondre avec le taux de croissance : $\frac{x_{t+1}-x_t}{x_t}$) n'est plus constant, il devient <0 pour x "trop grand" (ici >1)

. On suppose $0 < \lambda \leq 4$: tracer le graphe de $f(x)$, montrer que $\forall x_0 \in [0,1]$, la suite $(x_t)_{t\in\mathbb{N}}$ reste dans $[0,1]$.



Etudier les points fixes de f, i.e. les états d'équilibre de (ED) sur $[0,1]$.
Pour λ fixé, et pour x_0 qlcq $\in [0,1]$, tracer $x_1, x_2 \ldots$ "Montrer" que pour $\lambda = \lambda_1$ "petit" la suite $(x_t)_{t\in\mathbb{N}}$ CV vers 0. Que se passe-t-il pour $\lambda = \lambda_2$? On verra en cours le cas $\lambda = \lambda_3$.