

Documents et calculatrices interdits.

Sujet A

- I. (a) Quels sont les nombres complexes  $w$  satisfaisant à  $w^4 = 1 + i\sqrt{3}$  ?  
 (b) Quels sont les nombres complexes, écrits sous la forme  $u = x + iy$  satisfaisant à  $u^2 = 4 + 3i$  ?
- II. (a) Quels sont le *point fixe*, le *rapport d'homothétie*, et l'*angle de rotation* de la similitude directe  $\phi: \mathbf{C} \rightarrow \mathbf{C}$  avec  $\phi(z) = (2 - 2i)z - 1$ .  
 (b) Donner la formule de l'application inverse  $\phi^{-1}: \mathbf{C} \rightarrow \mathbf{C}$ .
- III. *Echelonner* le système linéaire suivant. Ensuite *résoudre* le système.

$$\begin{cases} x & + 2z + u = 0, \\ 2x + 2y + 3z + 5u = 0, \\ 3x - y + 8z + u = 0. \end{cases}$$

- IV. Quel est le rang de la matrice suivante, selon la valeur du paramètre  $t$  ?

$$A = \begin{pmatrix} t & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

- V. Soit  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ . Calculer  $B^2$ ,  $B^3$  et  $B^4$ .

- VI. Inverser si possible les matrices suivantes en utilisant l'algorithme de Gauss-Jordan.

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}.$$

- VII. Pour quelles valeurs des paramètres  $a, b, c$  le système linéaire suivant a-t-il une solution  $(x, y)$  ?

$$\begin{cases} x + y = a, \\ x - 2y = b, \\ x + 4y = c \end{cases}$$

Documents et calculatrices interdits.

Sujet B

- I. (a) Quels sont les nombres complexes  $w$  satisfaisant à  $w^5 = 1 + i$  ?  
 (b) Quels sont les nombres complexes, écrits sous la forme  $u = x + iy$  satisfaisant à  $u^2 = 3 + 4i$  ?
- II. (a) Quels sont le *point fixe*, le *rapport d'homothétie*, et l'*angle de rotation* de la similitude directe  $\phi: \mathbf{C} \rightarrow \mathbf{C}$  avec  $\phi(z) = (2 + 2i)z - 1$ .  
 (b) Donner la formule de l'application inverse  $\phi^{-1}: \mathbf{C} \rightarrow \mathbf{C}$ .
- III. *Echelonner* le système linéaire suivant. Ensuite *résoudre* le système.

$$\begin{cases} x + 2y + u = 0, \\ 2x + 3y + 2z + 5u = 0, \\ 3x + 8y - z + u = 0. \end{cases}$$

- IV. Quel est le rang de la matrice suivante, selon la valeur du paramètre  $t$  ?

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & t \end{pmatrix}$$

- V. Soit  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Calculer  $B^2$ ,  $B^3$  et  $B^4$ .

- VI. Inverser si possible les matrices suivantes en utilisant l'algorithme de Gauss-Jordan.

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

- VII. Pour quelles valeurs des paramètres  $a, b, c$  le système linéaire suivant a-t-il une solution  $(x, y)$  ?

$$\begin{cases} x + y = a, \\ x + 2y = b, \\ x + 3y = c \end{cases}$$