Université de Nice Sophia Antipolis
L1 Sciences économiques - Gestion
Mathématiques 2 **(DL1EMA2) - Unité U5**
Année 2005/2006

Enseignant: J. YAMEOGO
Chargés de TD: E. AUBRY, F. HERBAUT

FEUILLE TD N°4 - semaine du 6 mars 2006

Exercice 1. Soit $R=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2\,/\,0\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{2}\,,\,1\leqslant y\leqslant 3\}$, calculer $\displaystyle\iint_R y^2\sin(\frac{2x}{3})\mathrm{d}x\mathrm{d}y$.

Exercice 2. Soit $R=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2\,/\,0\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{6},\,\frac{\pi}{2}\leqslant y\leqslant\pi\}$, calculer $\displaystyle\iint_R \sin(x+y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$.

Exercice 3.
On considère dans $\mathbb{R}^2$ le carré $C=[0,1]\times[1,2]=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2\,/\,0\leqslant x\leqslant 1, 1\leqslant y\leqslant 2\}$.
Soit $f\colon C\longrightarrow\mathbb{R}$ définie par $f(x,y)=\sqrt{x+2y-1}$.

a) Expliquer pourquoi f est bien définie et continue sur C.

b) Calculer $\displaystyle I=\iint_C f(x,y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$

Exercice 4. On considère dans le plan $\mathbb{R}^2$, le domaine Δ bordé par le triangle de sommets $(0,0)$, $(0,2)$, $(3,2)$. Calculer l'intégrale $\displaystyle I=\iint_\Delta x^2y^3\mathrm{d}x\mathrm{d}y$.

Exercice 5. Soit D le domaine du plan $\mathbb{R}^2$ formé des couples (x,y) vérifiant le système:

$$\begin{cases} \boldsymbol{|y-2|\leqslant 1} \\ \boldsymbol{(x-1)(x-y)\leqslant 0} \end{cases}.$$

Dessiner D et calculer les intégrales: $\displaystyle I=\iint_D (x+y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$, $\displaystyle J=\iint_D e^{(3-x)^2}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$.

Exercice 6. On considère

$$D=\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2\,/\,\begin{cases}1\leqslant x\leqslant 2\\ x+y\geqslant 0\\ x-y\geqslant 0\end{cases}\right\}\quad\text{et}\quad\Delta=\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2\,/\,\begin{cases}1\leqslant x+y\leqslant 2\\ x\geqslant 0\\ y\geqslant 0\end{cases}\right\}.$$

Calculer $\displaystyle I=\iint_D x\,e^{-y}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$. En déduire (en utilisant un changement de variable approprié) l'intégrale $\displaystyle J=\iint_\Delta (x+y)e^{-x+y}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$.

Exercice 7. Soit $D=\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2\,/\,\begin{cases}1\leqslant x^2+y^2\leqslant 4\\ x\geqslant 0\\ y\geqslant 0\end{cases}\right\}$.

On considère sur D la fonction f définie par la formule $f(x,y)=\dfrac{x+y+2}{x^2+y^2}$.

1. Dessiner D.
2. En utilisant un changement de variables en coordonnées polaires, calculer l'intégrale $\displaystyle I=\iint_D f(x,y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$.