

FEUILLE TD N°6 - semaine du 27 mars 2006

Exercice 1. (Calculs de développements limités)

1. Calculer le DL de $x \mapsto \ln(x)$ à l'ordre 3 en 3.
2. DL à l'ordre 2 en $\frac{\pi}{2}$ de la fonction $x \mapsto e^{\sin(x)}$.
3. DL à l'ordre 3 en 0 de $x \mapsto \sqrt{2x+3}$.
4. DL à l'ordre 2 en 0 de $x \mapsto \cos(x)e^{3x}$.
5. DL à l'ordre 4 en 0 de $x \mapsto \frac{1}{3+x^2}$.

Exercice 2. Calculer les limites suivantes:

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin(x)}{1 - \cos(2x)}$
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{x^2}}{\sin^2(x)}$

Exercice 3. On considère la fonction $f: \left] -\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4} \right[\rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = \frac{\sin(x)+2}{1-x}$. Donner une équation de la tangente au graphe de f au point $(0, f(0))$ et étudier la position du graphe de f par rapport à cette tangente, au voisinage de $(0, f(0))$.

Exercice 4. Soit la fonction $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x, y) = xy(3 - x - y)$.

1. Donner une équation du plan tangent P à la surface S d'équation $z = f(x, y)$ en $(1, 1, 1)$.
2. Etudier la position du plan tangent P par rapport à S au voisinage de $(1, 1, 1)$.