

## FEUILLE TD N°6 - semaine du 27 mars 2006

### Exercice 1. (Calculs de développements limités)

1. Calculer le DL de  $x \mapsto \ln(x)$  à l'ordre 3 en 3.
2. DL à l'ordre 2 en  $\frac{\pi}{2}$  de la fonction  $x \mapsto e^{\sin(x)}$ .
3. DL à l'ordre 3 en 0 de  $x \mapsto \sqrt{2x+3}$ .
4. DL à l'ordre 2 en 0 de  $x \mapsto \cos(x)e^{3x}$ .
5. DL à l'ordre 4 en 0 de  $x \mapsto \frac{1}{3+x^2}$ .

### Exercice 2. Calculer les limites suivantes:

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin(x)}{1 - \cos(2x)}$
2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{x^2}}{\sin^2(x)}$

**Exercice 3.** On considère la fonction  $f: \left] -\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4} \right[ \rightarrow \mathbb{R}$  définie par  $f(x) = \frac{\sin(x)+2}{1-x}$ . Donner une équation de la tangente au graphe de  $f$  au point  $(0, f(0))$  et étudier la position du graphe de  $f$  par rapport à cette tangente, au voisinage de  $(0, f(0))$ .

**Exercice 4.** Soit la fonction  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  définie par  $f(x, y) = xy(3 - x - y)$ .

1. Donner une équation du plan tangent  $P$  à la surface  $S$  d'équation  $z = f(x, y)$  en  $(1, 1, 1)$ .
2. Etudier la position du plan tangent  $P$  par rapport à  $S$  au voisinage de  $(1, 1, 1)$ .