

FEUILLE TD N°1 - semaine du 4 février 2008

Exercice 1. (réviser les formules de dérivation)

- a) f et g étant deux fonctions réelles dérivables, lorsque cela a un sens, rappeler les règles de calcul de la dérivée de la somme $(f + g)$, du produit $(f \times g)$, du quotient $\frac{f}{g}$, de la composée $f \circ g$.
- b) Après avoir précisé leur domaine de définition, calculer les dérivées des fonctions réelles définies par les formules suivantes:

$$f_1(x) = \ln(2x + 3) - \frac{1}{x}, \quad f_2(x) = \sin(x)e^{-x} - x^3\cos(x),$$
$$f_3(x) = \sqrt{4 - e^{2x}}, \quad f_4(x) = \frac{\ln(x^2 - 4x + 3)}{-x + 5}.$$

Exercice 2. (comparer des fonctions, comparer des intégrales définies)

Sur l'intervalle $[-2, 2]$, on considère les fonctions f_1 et f_2 définies par

$$f_1(x) = 1 + \frac{6}{x+4} \quad \text{et} \quad f_2(x) = -\frac{1}{4}x^2 - x + 5.$$

- a) Les fonctions f_1 et f_2 sont-elles convexe ou concave sur l'intervalle $[-2, 2]$?
- b) Sur le même intervalle $[-2, 2]$, on considère les fonctions f_3 et f_4 définies par

$$f_3(x) = -x + 4, \quad f_4(x) = -\frac{1}{2}x + 3.$$

1. Dans le plan muni d'un repère orthonormé, dessiner sur l'intervalle $[-2, 2]$, les graphes des fonctions f_1, f_2, f_3 et f_4 .
2. Sans les calculer, comparer les quatre intégrales suivantes:

$$I_1 = \int_{-2}^2 f_1(x)dx, \quad I_2 = \int_{-2}^2 f_2(x)dx, \quad I_3 = \int_{-2}^2 f_3(x)dx, \quad I_4 = \int_{-2}^2 f_4(x)dx.$$

Exercice 3. (dessiner un graphe, calculer une aire)

- a) Dessiner dans un repère orthonormé le graphe de la fonction $f: [-1, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = x^2 - 2x$ puis celui de la fonction $g: [-1, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $g(x) = |f(x)|$.
- b) Calculer l'aire \mathcal{A} du domaine $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / -1 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq g(x)\}$.

Exercice 4. (calculer une primitive prenant une valeur donnée en un point donné)

Soit $f: [-2, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = 3 - |x|$.

Dessiner le graphe de f et calculer la primitive F de f qui prend la valeur 2 en 1.

Exercice 5. (savoir utiliser les primitives de quelques fonctions usuelles)

Après avoir précisé leur domaine de définition, calculer des primitives pour les fonctions suivantes:

$$f_1(x) = 3x\sqrt{x} - e^{-2x}, \quad f_2(x) = x^2 - \frac{7}{x} + \frac{1}{x^3}, \quad f_3(x) = 3^x - 2\sin(x), \quad f_4(x) = x^{\frac{1}{3}} + 5\cos(x).$$